

MT-06

Numerical Analysis and Vector Calculus

संख्यात्मक विश्लेषण एवं सदिश कलन

Bachelor of Science (BSC-12/16)

Second Year Examination, 2019 (June)

Time : 3 Hours]

Max. Marks : 40

Note : This paper is of Forty (40) marks divided into three (03) sections A, B and C. Attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein.

नोट : यह प्रश्नपत्र चालीस (40) अंकों का है जो तीन (03) खण्डों क, ख तथा ग में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है।

SECTION-A/(खण्ड-क)

(Long Answer Type Questions)/(दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न)

Note : Section 'A' contains four (04) long answer type questions of Nine and half (9½) marks each. Learners are required to answer any two (2) questions only.

(2×9½=19)

नोट : खण्ड 'क' में चार (04) दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए साढे नौ (9½) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. State and prove Newton-Gregory forward difference formula.

न्यूटन-ग्रैगोरी अग्र अन्तर्वेशन सूत्र को लिखें तथा सिद्ध करें।

2. Find polynomial which take the following values

$$f(-4) = 1245, f(-1) = 33, f(0) = 5, f(2) = 9, f(5) = 1335$$

वह बहुपद ज्ञात कीजिए जो निम्न मान ग्रहण करता है।

$$f(-4) = 1245, f(-1) = 33, f(0) = 5, f(2) = 9, f(5) = 1335$$

3. Using trapezoidal rule find $\int_4^{5.2} \log x \, dx$.

समलम्बीय नियम द्वारा $\int_4^{5.2} \log x \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

4. Using Gauss divergence theorem find $\iint_S \vec{f} \cdot \hat{n} \, ds$, where

$\vec{F} = x^2 \hat{i} + y^2 \hat{j} + z^2 \hat{k}$ and S is complete surface of a tetrahedron $x = 0, y = 0, z = 0, x + y + z = 1$.

गॉस अपसरण प्रमेय की सहायता से $\iint_S \vec{f} \cdot \hat{n} ds$ का मान ज्ञात

कीजिए जहाँ $\vec{F} = x^2\hat{i} + y^2\hat{j} + z^2\hat{k}$ तथा S चतुष्फलक, $x = 0$,
 $y = 0$, $z = 0$, $x + y + z = 1$ का सम्पूर्ण पृष्ठ है।

SECTION-B/(खण्ड-ख)

(Short Answer Type Questions)/(लघु उत्तरों वाले प्रश्न)

Note : Section 'B' contains eight (08) short answer type questions of four (04) marks each. Learners are required to answer any four (04) questions only. (4×4=16)

नोट : खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए चार (04) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Show that $\nabla \equiv 1 - E^{-1}$

सिद्ध कीजिए $\nabla \equiv 1 - E^{-1}$

2. Prove that $(E + 1)\delta \equiv 2(E - 1)\mu$.

सिद्ध कीजिए $(E + 1)\delta \equiv 2(E - 1)\mu$

3. If $y(1) = 4$, $y(3) = 12$, $y(4) = 19$ then find x for which $y(x) = 7$.

यदि $y(1) = 4$, $y(3) = 12$, $y(4) = 19$ है तो x का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिये $y(x) = 7$ है।

4. From the following data find $\frac{dy}{dx}$ at $x = 5$

x	0	2	3	4	7	9
$f(x)$	4	26	58	112	466	922

दिये गये आंकड़ों से $x = 5$ पर $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए

x	0	2	3	4	7	9
$f(x)$	4	26	58	112	466	922

5. Using simpson's one third rule prove that $\int_0^1 \frac{dx}{1+x} = .69315$.

सिम्पसन के एक तिहाई नियम के प्रयोग से सिद्ध करे कि

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x} = .69315$$

6. If $\frac{d\vec{a}}{dt} = \vec{c} \times \vec{a}$ $\frac{d\vec{b}}{dt} = \vec{c} \times \vec{b}$ then prove that

$$\frac{d}{dt} (\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b}).$$

यदि $\frac{d\vec{a}}{dt} = \vec{c} \times \vec{a}$ $\frac{d\vec{b}}{dt} = \vec{c} \times \vec{b}$, तो सिद्ध कीजिए

$$\frac{d}{dt} (\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b}).$$

7. If \vec{a} is a constant vector, then prove that $\nabla (\vec{a} \times \vec{r}) = 2\vec{a}$.

यदि \vec{a} एक अचर सदिश हो तो सिद्ध कीजिए कि
 $\nabla (\vec{a} \times \vec{r}) = 2\vec{a}$.

8. Find the value of $\int_C yzdx + (zx + 1)dy + xydz$ where C is any path between (1, 0, 0) to (2, 1, 4).

समाकलन $\int_C yzdx + (zx + 1)dy + xydz$ का मान ज्ञात कीजिए

जहाँ C, बिन्दु (1, 0, 0) से बिन्दु (2, 1, 4) तक कोई पथ है।

SECTION-C/(खण्ड-ग)

(Objective Type Questions)/(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

Note : Section 'C' contains ten (10) objective type questions of half ($\frac{1}{2}$) mark each. All the questions of this section are compulsory. (10 \times $\frac{1}{2}$ =05)

नोट : खण्ड 'ग' में दस (10) तथ्यनिष्ठ प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए आधा ($\frac{1}{2}$) अंक निर्धारित है। इस खण्ड के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

Fill in the blanks.

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

1. $\Delta^n f(x) =$

अ

2. $E^{-n}f(x) = f(-)$

अ

3. $(1 + \Delta)(1 - \nabla) \equiv \dots\dots\dots$

अ

4. $f(x_2) = \dots\dots\dots$

अ

5. $\delta^2 f(x) = \dots\dots\dots$

अ

6. For trapezoidal rule $\int_{x_0}^{x_0 + nh} y dx \cong$

समलम्बीय नियम के लिए $\int_{x_0}^{x_0 + nh} y dx \cong$

7. If $f(t) = t\hat{i} - 3\hat{j} + 2t\hat{k}$ then $\int_1^2 f(t) dt =$

यदि $f(t) = t\hat{i} - 3\hat{j} + 2t\hat{k}$ हो तब $\int_1^2 f(t) dt =$

8. Divgrad $f = \dots\dots\dots$

अ

9. $\text{div}(\text{curl } \vec{f}) =$

अ

10. $\int_S \vec{F} \cdot \hat{x} \, ds = \iiint_V \text{div } \vec{F} \, dv$ is called

$\int_S \vec{F} \cdot \hat{x} \, ds = \iiint_V \text{div } \vec{F} \, dv$ कहलाता है।
