

MT-02

Calculus and Differential Equation

कलन एवं अवकलन समीकरण

Bachelor of Science (BSC-12/16)

First Year, Examination, 2019 (June)

Time : 3 Hours]

Max. Marks : 40

Note : This paper is of Forty (40) marks divided into three (03) sections A, B and C. Attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein.

नोट : यह प्रश्नपत्र चालीस (40) अंकों का है जो तीन (03) खण्डों क, ख तथा ग में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है।

SECTION-A/(खण्ड-क)

(Long Answer Type Questions)/(दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न)

Note : Section 'A' contains four (04) long answer type questions of Nine and half (9½) marks each. Learners are required to answer any two (2) questions only.

(2×9½=19)

नोट : खण्ड 'क' में चार (04) दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े नौ (9½) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Test for convergence the series

$$x + \frac{2^2 x^2}{2!} + \frac{3^3 x^3}{3!} + \frac{4^4 x^4}{4!} + \dots$$

श्रेणी $x + \frac{2^2 x^2}{2!} + \frac{3^3 x^3}{3!} + \frac{4^4 x^4}{4!} + \dots$ के अभीसरण का परीक्षण

कीजिए।

2. State and prove Taylor's theorem with Cauchy's form of remainder.

कोशी रूप का शेषफल वाला टेलर प्रमेय को लिखें तथा सिद्ध करें।

3. Explain formula for Dirichlet's integral. Find value of

$$\iiint x^2 dx dy dz \text{ where region of integration is}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1.$$

डिरिचलेट समाकलन के सूत्र को समझायें $\iiint x^2 dx dy dz$ का मान ज्ञात कीजिए जहाँ समाकलन का क्षेत्र सम्पूर्ण दीर्घवृत्तज

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1 \text{ है।}$$

4. Define Beta function. Show that $\beta(m, n) = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}$.

बीटा फलन की परिभाषा दीजिए। सिद्ध कीजिए $\beta(m, n) = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}$.

SECTION-B/(खण्ड-ख)

(Short Answer Type Questions)/(लघु उत्तरों वाले प्रश्न)

Note : Section 'B' contains eight (08) short answer type questions of four (04) marks each. Learners are required to answer any four (04) questions only. (4×4=16)

नोट : खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए चार (04) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Find $\frac{ds}{d\theta}$ for $r^2 = a^2 \cos 2\theta$.

वक्र $r^2 = a^2 \cos 2\theta$ के लिये $\frac{ds}{d\theta}$ को ज्ञात कीजिए।

2. For $y = x^3 + 2x^2 + x + 1$, find radius of curvature and centre of curvature at $(0, 1)$.

वक्र $y = x^3 + 2x^2 + x + 1$ के बिन्दु $(0, 1)$ के लिये वक्रता त्रिज्या तथा वक्रता केन्द्र ज्ञात करें।

3. If $u = \log \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}$ then prove that $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 1$.

यदि $u = \log \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}$ हो तो सिद्ध करो कि $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 1$.

4. Find Maxima or Minima if any for $y = x + \sin 2x$.

$y = x + \sin 2x$ का उच्चिष्ठ तथा निम्निष्ठ यदि हो तो ज्ञात कीजिए।

5. Find double points and its nature for

$$x^3 - y^2 - 7x^2 + 4y + 15x - 13 = 0.$$

वक्र $x^3 - y^2 - 7x^2 + 4y + 15x - 13 = 0$ के द्विक बिन्दुओं की स्थिति तथा प्रकृति ज्ञात कीजिए।

6. Define Envelope. Find envelope of the family of straight line $y = mx + \sqrt{a^2 m^2 + b^2}$ where m is the parameter.

अन्वालोप की परिभाषा दीजिए। सरल रेखाओं के कुल $y = mx + \sqrt{a^2 m^2 + b^2}$ का अन्वालोप ज्ञात कीजिए जबकि m प्राचल है।

7. Find value of $\int_0^{\pi/2} \int_0^{a \cos \theta} r \sin \theta \, d\theta \, dr$.

$\int_0^{\pi/2} \int_0^{a \cos \theta} r \sin \theta \, d\theta \, dr$ का मान ज्ञात कीजिए।

8. Solve $(x + 2y^3) \frac{dy}{dx} = y$.

हल कीजिए

$$(x + 2y^3) \frac{dy}{dx} = y.$$

SECTION-C/(खण्ड-ग)

(Objective Type Questions)/(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

Note : Section 'C' contains ten (10) objective type questions of half ($\frac{1}{2}$) mark each. All the questions of this section are compulsory. (10× $\frac{1}{2}$ =05)

नोट : खण्ड 'ग' में दस (10) तथ्यनिष्ठ प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए आधा ($\frac{1}{2}$) अंक निर्धारित है। इस खण्ड के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

Fill in the blanks.

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

1. Series $1 + r + r^2 + \dots$, is convergent when
श्रेणी $1 + r + r^2 + \dots$, अभिसारी होगी जब।
2. Pedal equation relation between
पदिक समीकरण के बीच सम्बन्ध है।
3. For any curve $\frac{ds}{d\psi}$ is
किसी वक्र के लिए $\frac{ds}{d\psi}$ का मान है।
4. Maximum value of $4 \sin x$ is
 $4 \sin x$ का अधिकतम मान होगा।

5. Curve $r = a(1 + \cos \theta)$ is called

Curve $r = a(1 + \cos \theta)$ कहलाता है।

6. Perimeter for $r = a \cos \theta$ is

$r = a \cos \theta$ का परिमाप होगा।

7. Value of $\int_0^a \int_0^b (x^2 + y^2) dx dy$ is

$\int_0^a \int_0^b (x^2 + y^2) dx dy$ का मान होगा।

8. Value of $\int_0^\infty x^2 e^{-x} dx$ is

$\int_0^\infty x^2 e^{-x} dx$ का मान होगा।

9. Value of $\sqrt{\frac{3}{2}}$ is

$\sqrt{\frac{3}{2}}$ का मान है।

10. Solution of differential equation $xdx + ydy = 0$ is

अवकलन समीकरण $xdx + ydy = 0$ का मान होगा।
