

MT-05

Differential Equation

(अवकल समीकरण)

Bachelor of Science (BSC-12/16/17)

Second Year, Examination, 2018

Time : 3 Hours

Max. Marks : 40

Note : This paper is of **forty (40)** marks containing **three (03)** Sections A, B and C. Learners are required to attempt the questions contained in these Sections according to the detailed instructions given therein.

नोट : यह प्रश्न पत्र चालीस (40) अंकों का है जो तीन (03) खण्डों ‘क’, ‘ख’ तथा ‘ग’ में विभाजित है। शिक्षार्थियों को इन खण्डों में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

Section-A / खण्ड-क

(Long Answer Type Questions) / (दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

Note : Section ‘A’ contains four (04) long answer type questions of nine and half ($9\frac{1}{2}$) marks each. Learners are required to answer *two* (02) questions only.

नोट : खण्ड 'क' में चार (04) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े नौ ($9\frac{1}{2}$) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Solve :

$$y - x \frac{dy}{dx} = a \left[y^2 + \frac{dy}{dx} \right]$$

हल कीजिए :

$$y - x \frac{dy}{dx} = a \left[y^2 + \frac{dy}{dx} \right]$$

2. Solve :

$$(D^2 + 4D - 12)y = (x - 1)e^{2x}$$

हल कीजिए :

$$(D^2 + 4D - 12)y = (x - 1)e^{2x}$$

3. Solve by Charpit's method :

$$2zx - px^2 - 2qxy + pq = 0$$

चार्पिट विधि से हल कीजिए :

$$2zx - px^2 - 2qxy + pq = 0$$

4. Solve :

$$\frac{dx}{dt} + 4x + 3y = e^t$$

$$\frac{dy}{dt} + 2x + 5y = e^{2t}$$

हल कीजिए :

$$\frac{dx}{dt} + 4x + 3y = e^t$$

$$\frac{dy}{dt} + 2x + 5y = e^{2t}$$

Section-B / खण्ड-ख

(Short Answer Type Questions) / (लघु उत्तरीय प्रश्न)

Note : Section ‘B’ contains eight (08) short answer type questions of four (04) marks each. Learners are required to answer *four* (04) questions only.

नोट : खण्ड ‘ख’ में आठ (08) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए चार (04) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Solve :

$$\cos x \frac{dy}{dx} + y \sin x = \sec^2 x$$

हल कीजिए :

$$\cos x \frac{dy}{dx} + y \sin x = \sec^2 x$$

2. Solve :

$$(1 + y^2) dx + \left(x - e^{\tan^{-1} y} \right) dy = 0$$

हल कीजिए :

$$(1 + y^2) dx + \left(x - e^{\tan^{-1} y} \right) dy = 0$$

3. Solve :

$$P^2 - 9P + 18 = 0$$

हल कीजिए :

$$P^2 - 9P + 18 = 0$$

4. Solve :

$$(D^3 + D^2 - D - 1) y = \sin 2x$$

हल कीजिए :

$$(D^3 + D^2 - D - 1) y = \sin 2x$$

5. Solve :

$$x^2 D^2 y - 3x D y + 4y = 2x^2$$

हल कीजिए :

$$x^2 D^2 y - 3x D y + 4y = 2x^2$$

6. Solve :

$$x^2 p + y^2 q = z^2$$

हल कीजिए :

$$x^2 p + y^2 q = z^2$$

7. Solve :

$$(D^2 + 3DD' + 2D'^2) z = x + y$$

हल कीजिए :

$$(D^2 + 3DD' + 2D'^2) z = x + y$$

8. Solve :

$$p = \log (px - y)$$

हल कीजिए :

$$p = \log (px - y)$$

Section-C / खण्ड-ग

(Objective Type Questions) / (वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

Note : Section ‘C’ contains ten (10) objective type questions of half ($\frac{1}{2}$) mark each. All the questions of this Section are compulsory.

नोट : खण्ड ‘ग’ में दस (10) वस्तुनिष्ठ प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए आधा ($\frac{1}{2}$) अंक निर्धारित है। इस खण्ड के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

1. The order and degree of the differential equation

$$y = \frac{dy}{dx} + \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3}, \text{ are respectively :}$$

- (a) 3, 1
- (b) 1, 3
- (c) 1, 1
- (d) 3, 3

अवकल समीकरण $y = \frac{dy}{dx} + \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3}$ की कोटि व

घात हैं क्रमशः :

- (अ) 3, 1
- (ब) 1, 3
- (स) 1, 1
- (द) 3, 3

2. $y = 4 \sin 3x$ is a solution of :

(a) $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$

(b) $\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 0$

(c) $\frac{d^2y}{dx^2} + 9y = 0$

(d) $\frac{d^2y}{dx^2} - 4y = 0$

$y = 4 \sin 3x$ एक हल है, क्या :

(अ) $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$

(ब) $\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 0$

(स) $\frac{d^2y}{dx^2} + 9y = 0$

(द) $\frac{d^2y}{dx^2} - 4y = 0$

3. The solution of the differential equation $y = px - \frac{1}{p^2}$
is :

(a) $y = cx + \frac{1}{c}$

(b) $y = cx + c$

(c) $y = cx - \frac{1}{c^2}$

(d) None of these

अवकल समीकरण $y = px - \frac{1}{p^2}$ का हल है :

(अ) $y = cx + \frac{1}{c}$

(ब) $y = cx + c$

(स) $y = cx - \frac{1}{c^2}$

(द) इनमें से कोई नहीं

4. The integrating factor of the differential equation

$$\cos^2 x \frac{dy}{dx} + y = \tan x \text{ is :}$$

(a) $e^{\tan x}$

(b) $\tan x$

(c) $e^{-\tan x}$

(d) 0

अवकल समीकरण $\cos^2 x \frac{dy}{dx} + y = \tan x$ का समाकल

गुणांक है :

(अ) $e^{\tan x}$

(ब) $\tan x$

(स) $e^{-\tan x}$

(द) 0

5. The solution of the differential equation

$(D^2 + 4)y = 0$ is :

- (a) $c_1 e^{2x} + c_2 e^{-2x}$
- (b) $c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x$
- (c) $(c_1 + c_2 x) \sin 2x$
- (d) None of these

अवकल समीकरण $(D^2 + 4)y = 0$ का हल है :

- (अ) $c_1 e^{2x} + c_2 e^{-2x}$
- (ब) $c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x$
- (स) $(c_1 + c_2 x) \sin 2x$
- (द) इनमें से कोई नहीं

6. The particular integral of the differential equation

$(D^2 - 3D + 2)y = e^{5x}$ is :

- (a) e^{-5x}
- (b) e^{5x}
- (c) $\frac{e^{5x}}{12}$
- (d) 0

अवकल समीकरण $(D^2 - 3D + 2)y = e^{5x}$ का विशेष

समाकलन है :

- (अ) e^{-5x}

(ब) e^{5x}

(स) $\frac{e^{5x}}{12}$

(द) 0

7. Solution set of the equation $\frac{dx}{x} = \frac{dy}{y} = \frac{dz}{z}$ is :

- (a) $xy = c_1, yz = c_2$
- (b) $x = c_1 z, y = c_2 z$
- (c) $x = c_1 y, y = c_2 z$
- (d) None of these

समीकरण $\frac{dx}{x} = \frac{dy}{y} = \frac{dz}{z}$ के हल का समुच्चय है :

- (अ) $xy = c_1, yz = c_2$
- (ब) $x = c_1 z, y = c_2 z$
- (स) $x = c_1 y, y = c_2 z$
- (द) इनमें से कोई नहीं

8. The differential equation of the form

$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)y^n$ is called :

- (a) Auxiliary equation
- (b) Linear equation
- (c) Euler's equation
- (d) Bernoulli's equation

$$\text{अवकल समीकरण का रूप } \frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)y^n$$

कहलाता है :

- (अ) सहायक समीकरण
- (ब) रैखिक समीकरण
- (स) यूलर समीकरण
- (द) बर्नॉली समीकरण

9. $y = e^{mx}$ is the solution of the differential equation

$$\frac{d^2y}{dx^2} + P \frac{dy}{dx} + Qy = 0 \text{ if :}$$

- (a) $m^2 + mP + Q = 0$
- (b) $m(m - 1) + Pmx + Qx^2 = 0$
- (c) $m^2 + mQ + P = 0$
- (d) None of these

$$y = e^{mx} \text{ अवकल समीकरण } \frac{d^2y}{dx^2} + P \frac{dy}{dx} + Qy = 0 \text{ का}$$

हल होगा यदि :

- (अ) $m^2 + mP + Q = 0$
- (ब) $m(m - 1) + Pmx + Qx^2 = 0$
- (स) $m^2 + mQ + P = 0$
- (द) इनमें से कोई नहीं

10. The solution of the differential equation

$$(D^2 - 3DD' + 2D'^2)z = 0 \text{ is :}$$

(a) $\phi_1(y - x) + \phi_2(y - 2x)$

(b) $\phi_1(y + x) + \phi_2(y - 2x)$

(c) $\phi_1(y + x) + \phi_2(y + 2x)$

(d) 0

अवकल समीकरण $(D^2 - 3DD' + 2D'^2)z = 0$ का हल

है :

(अ) $\phi_1(y - x) + \phi_2(y - 2x)$

(ब) $\phi_1(y + x) + \phi_2(y - 2x)$

(स) $\phi_1(y + x) + \phi_2(y + 2x)$

(द) 0