

MT-03**Co-ordinate Geometry and Mathematical
Programming**

(निर्देशांक ज्यामिति और गणितीय प्रोग्रामिंग)

Bachelor of Science (BSC-12/16/17)

First Year, Examination, 2018

Time : 3 Hours

Max. Marks : 40

Note : This paper is of **forty (40)** marks containing **three (03)** Sections A, B and C. Learners are required to attempt the questions contained in these Sections according to the detailed instructions given therein.

नोट : यह प्रश्न पत्र चालीस (40) अंकों का है जो तीन (03) खण्डों 'क', 'ख' तथा 'ग' में विभाजित है। शिक्षार्थियों को इन खण्डों में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

Section-A / खण्ड-क

(Long Answer Type Questions) / (दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

Note : Section 'A' contains four (04) long answer type questions of nine and half ($9\frac{1}{2}$) marks each. Learners are required to answer *two* (02) questions only.

नोट : खण्ड 'क' में चार (04) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं।
प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े नौ $(9\frac{1}{2})$ अंक निर्धारित हैं।
शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने
हैं।

1. Prove that the cones $ax^2 + by^2 + cz^2 = 0$ and $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} + \frac{z^2}{c} = 0$ are reciprocal to each other.

सिद्ध कीजिए कि शंकु $ax^2 + by^2 + cz^2 = 0$ का व्युत्क्रम
शंकु $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} + \frac{z^2}{c} = 0$ है।

2. Two spheres of radii r_1 and r_2 cut orthogonally. Prove that the radius of the common circle is $\frac{r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2}}$.

r_1 तथा r_2 त्रिज्या के दो गोले परस्पर लम्बवत् काटते हैं।

सिद्ध कीजिए कि उभयनिष्ठ वृत्त की त्रिज्या $\frac{r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2}}$ है।

3. Find the condition for a line to be a generator of a central conicoid.

किसी रेखा की केन्द्रीय शांकवज की जनक रेखा होने का प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए।

4. Trace the curve :

$$14x^2 - 4xy + 11y^2 - 44x - 58y + 71 = 0$$

Find the co-ordinate of its foci and the length of its latus rectum.

वक्र $14x^2 - 4xy + 11y^2 - 44x - 58y + 71 = 0$ का
अनुरेखण कीजिए। नाभि के निर्देशांक तथा नाभिलम्ब की
लम्बाई ज्ञात कीजिए।

Section-B / खण्ड-ख

(Short Answer Type Questions) / (लघु उत्तरीय प्रश्न)

Note : Section 'B' contains eight (08) short answer type questions of four (04) marks each. Learners are required to answer *four* (04) questions only.

नोट : खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए चार (04) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. A sphere of radius k passes through the origin and meets the axes in A, B, C. Show that the centroid of the triangle ABC lies on the sphere

$$9(x^2 + y^2 + z^2) = 4k^2.$$

k त्रिज्या का एक गोला मूल बिन्दु से होकर जाता है और अक्षों को A, B, C पर काटता है। दिखाइये कि त्रिभुज ABC का केन्द्रक गोले $9(x^2 + y^2 + z^2) = 4k^2$ पर है।

2. Find the equation of the normal at any point (α, β, γ) of the paraboloid $ax^2 + by^2 = 2cz$.

परवलज $ax^2 + by^2 = 2cz$ के किसी बिन्दु (α, β, γ) पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए।

3. Find the equation of the cone with vertex at the origin and direction cosines of its generators satisfy the equation $l^2 + 2m^2 - 3n^2 = 0$.

उस शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष मूल बिन्दु पर हो तथा जिसकी जनक रेखाओं के दिक्कोज्या समीकरण $l^2 + 2m^2 - 3n^2 = 0$ को सन्तुष्ट करते हैं।

4. Find the equation of the right circular cylinder of radius 2 whose axes passes through (1, 2, 3) and has direction cosines proportional to 2, -3, 6.

उस लम्बवृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या 2 है, कक्ष की दिक्कोज्या 2, -3, 6 के समानुपाती है तथा बिन्दु (1, 2, 3) से गुजरता है।

5. Reduce the equation :

$$2x^2 - 7y^2 + 2z^2 - 10yz - 8zx - 10xy + 6x + 12y - 6z + 5 = 0$$

to the standard form.

समीकरण $2x^2 - 7y^2 + 2z^2 - 10yz - 8zx - 10xy + 6x + 12y - 6z + 5 = 0$ का मानक रूप में समानयन कीजिए।

6. Determine an initial basic feasible solution of the following problem using Vogel's Approximation method :

		Destination				Supply
		1	2	3	4	
Source	1	21	16	15	13	11
	2	17	18	14	23	13
	3	32	27	18	41	19
Demand		6	10	12	15	43

निम्नलिखित समस्या का वोगल्स विधि से IBF हल का निर्धारण कीजिए :

		Destination				Supply
		1	2	3	4	
Source	1	21	16	15	13	11
	2	17	18	14	23	13
	3	32	27	18	41	19
Demand		6	10	12	15	43

7. Solve the assignment problem represented by the following matrix :

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>
A	9	22	58	11	19	27
B	43	78	72	50	63	48
C	41	28	91	37	45	33
D	74	42	27	49	39	32
E	36	11	57	22	25	18
F	3	56	53	31	17	28

दी गयी आव्यूह से प्रदर्शित समनुदेशन समस्या को हल कीजिए :

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>
A	9	22	58	11	19	27
B	43	78	72	50	63	48
C	41	28	91	37	45	33
D	74	42	27	49	39	32
E	36	11	57	22	25	18
F	3	56	53	31	17	28

8. Find the dual of the following L. P. P. :

Min. :

$$z = 10x_1 + 20x_2$$

Subject to :

$$3x_1 + 2x_2 \geq 18$$

$$x_1 + 3x_2 \geq 8$$

$$2x_1 - x_2 \leq 6$$

and $x_1, x_2 \geq 0$.

निम्नलिखित L. P. P का द्वैत ज्ञात कीजिए :

निम्नतम :

$$z = 10x_1 + 20x_2$$

जहाँ :

$$3x_1 + 2x_2 \geq 18$$

$$x_1 + 3x_2 \geq 8$$

$$2x_1 - x_2 \leq 6$$

तथा $x_1, x_2 \geq 0$ ।

Section-C / खण्ड-ग

(Objective Type Questions) / (वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

Note : Section 'C' contains ten (10) objective type questions of half ($\frac{1}{2}$) mark each. All the questions of this Section are compulsory.

नोट : खण्ड 'ग' में दस (10) वस्तुनिष्ठ प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए आधा ($\frac{1}{2}$) अंक निर्धारित है। इस खण्ड के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

Fill in the blanks :

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

1. If all the generators of the cylinder intersect a curve, then the curve is called of the cylinder.
यदि बेलन के सभी जनक वक्र को प्रतिच्छेद करते हैं, तब वक्र बेलन का कहलाता है।
2. The equations of the normal of the central conicoid $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ at the point (x_1, y_1, z_1) on it are
केन्द्रीय शांकवज $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ के बिन्दु (x_1, y_1, z_1) पर अभिलम्ब के समीकरण हैं।
3. The surface represented by the equation $5x^2 + 6y^2 - 7z^2 = 1$ is a
समीकरण $5x^2 + 6y^2 - 7z^2 = 1$, सतह को प्रदर्शित करती है।
4. A L. P. P of variables can be solved graphically.
L. P. P. ग्राफिकली चर के लिए हल कर सकते हैं।
5. If in the final Simplex table all $\Delta_j < 0$, the optimal solution is
यदि अंतिम सिम्प्लेक्स तालिका में सभी $\Delta_j < 0$, तब इष्टतम समाधान है।

6. The length of the latus rectum of the parabola $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (bx + ay - ab)^2$ is

परवलय $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (bx + ay - ab)^2$ के नाभिलम्ब की लम्बाई है।

7. Number of conics passing through four points is

चार बिन्दुओं से होकर जाने वाले शाकवों की संख्या होती है।

8. The co-ordinates of the centre of the sphere

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2x + 4y - 6z = 15 \text{ are$$

गोला $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2x + 4y - 6z = 15$ के केन्द्र के निर्देशांक हैं।

9. If y -axis is a generator of the cone $ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy = 0$, then the value of b is

शंकु $ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy = 0$ की y -अक्ष जनक हैं, तो b का मान है।

10. The equation $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1$ represents an

समीकरण $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1$ को प्रदर्शित करती है।