

S-657

Roll No.

MT-01

Discrete Mathematics

(विविक्त गणित)

Bachelor of Science (BSC-12/16/17)

First Year, Examination, 2018

Time : 3 Hours

Max. Marks : 40

Note : This paper is of **forty (40)** marks containing **three (03)** Sections A, B and C. Learners are required to attempt the questions contained in these Sections according to the detailed instructions given therein.

नोट : यह प्रश्न पत्र चालीस (40) अंकों का है जो तीन (03) खण्डों 'क', 'ख' तथा 'ग' में विभाजित है। शिक्षार्थियों को इन खण्डों में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

Section-A / खण्ड-क

(Long Answer Type Questions) / (दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

Note : Section 'A' contains four (04) long answer type questions of nine and half ($9\frac{1}{2}$) marks each. Learners are required to answer *two* (02) questions only.

नोट : खण्ड 'क' में चार (04) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं।
प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े नौ $(9\frac{1}{2})$ अंक निर्धारित हैं।
शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने
हैं।

1. A set of 2×2 order matrices :

$$G = \left\{ A_\alpha : A_\alpha = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \right\}$$

(where α is a real number), is a group for matrix multiplication.

2×2 कोटि के आव्यूहों का समुच्चय :

$$G = \left\{ A_\alpha : A_\alpha = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \right\}$$

(जहाँ α वास्तविक संख्या है), आव्यूहों के गुणन की संक्रिया के लिए समूह है।

2. Explain FSA and NFSA. How do we convert NFSA to FSA ?

FSA और NFSA की व्याख्या कीजिए। NFSA को FSA में कैसे परिवर्तित करते हैं ?

3. Find the Disjunctive Normal Form (DNF) of the Boolean function :

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3) \cdot (x_1 \cdot x_2 + x_1' \cdot x_3)'$$

बूलीय फलन :

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3) \cdot (x_1 \cdot x_2 + x_1' \cdot x_3)'$$

का वियोजी प्रसामान्य रूप (D. N. F.) ज्ञात कीजिए।

4. A simple graph with n vertices and k components can have at most $\frac{(n - k)(n - k + 1)}{2}$ edges.

एक सरल ग्राफ, जिसके n शीर्ष और k घटक हों, अधिक से अधिक $\frac{(n - k)(n - k + 1)}{2}$ कोरें रख सकता है।

Section-B / खण्ड-ख

(Short Answer Type Questions) / (लघु उत्तरीय प्रश्न)

Note : Section 'B' contains eight (08) short answer type questions of four (04) marks each. Learners are required to answer *four* (04) questions only.

नोट : खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए चार (04) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. If $A = \mathbb{R} - \{3\}$, $B = \mathbb{R} - \{1\}$, $f : A \rightarrow B$ is function such that $f(x) = \frac{x - 4}{x - 3}$. Prove that f is one-one onto.

यदि $A = \mathbb{R} - \{3\}$, $B = \mathbb{R} - \{1\}$, $f : A \rightarrow B$ एक फलन इस प्रकार है $f(x) = \frac{x - 4}{x - 3}$ । सिद्ध कीजिए कि f एकैकी-आच्छादक है।

2. Show that if seven colours are used to paint 50 cars, at least eight cars will have the same colour.

सिद्ध कीजिए कि यदि 50 कारों के रंगने के लिए सात रंग प्रयोग किये जाते हैं, तो कम से कम आठ कारें एक ही रंग की होंगी।

3. Prove that in any Boolean algebra if $ax = bx$ and $ax' = bx'$, then $a = b$.

एक बूलीय बीजगणित में यदि $ax = bx$ और $ax' = bx'$, तब सिद्ध कीजिए कि $a = b$ ।

4. Find the generating function of the numeric function $a_r = 3r + 2, r \geq 0$.

संख्याक फलन $a_r = 3r + 2, r \geq 0$ का जनक फलन ज्ञात कीजिए।

5. Solve the recurrence relation :

$$a_r = a_{r-1} + a_{r-2}, r \geq 2$$

पुनरावृत्ति सम्बन्ध :

$$a_r = a_{r-1} + a_{r-2}, r \geq 2$$

को हल कीजिए।

6. Define simple graphs with examples.

सरल ग्राफ को उदाहरण सहित परिभाषित कीजिए।

7. Prove that a simple planar graph of n vertices ($n \geq 4$) has at least four vertices with degree five or less.

सिद्ध कीजिए कि n शीर्षों ($n \geq 4$) वाले सरल समतलीय ग्राफ में कम से कम चार शीर्षों की कोटि पाँच या उससे कम होती है।

8. A tree with n vertices has $(n - 1)$ edges.

n शीर्ष वाले वृक्ष की $(n - 1)$ भुजाएँ होती हैं।

Section-C / खण्ड-ग**(Objective Type Questions) / (वस्तुनिष्ठ प्रश्न)**

Note : Section 'C' contains ten (10) objective type questions of half ($\frac{1}{2}$) mark each. All the questions of this Section are compulsory.

नोट : खण्ड 'ग' में दस (10) वस्तुनिष्ठ प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए आधा ($\frac{1}{2}$) अंक निर्धारित है। इस खण्ड के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

Indicate whether the following statements are True or False :

इंगित कीजिए कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य :

1. The relation \leq is an equivalence relation on the set of real numbers. (True/False)
वास्तविक संख्याओं के समुच्चय पर \leq का सम्बन्ध तुल्यता सम्बन्ध होता है। (सत्य/असत्य)
2. Dual of a lattice is a lattice. (True/False)
जालक का द्वैती जालक होता है। (सत्य/असत्य)
3. $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}$ where $a, b \in G$, G is a group. (True/False)
 $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}$ जहाँ $a, b \in G$, G एक समूह है। (सत्य/असत्य)
4. $n(A \cup B) = n(A) + n(B) + n(A \cap B)$. (True/False)
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) + n(A \cap B)$ | (सत्य/असत्य)
5. In FSM, $M = \{\Sigma, 0, s, s_0, f, g\}$, $\Sigma \subseteq 0$. (True/False)
FSM, $M = \{\Sigma, 0, s, s_0, f, g\}$, में $\Sigma \subseteq 0$ | (सत्य/असत्य)

6. In a graph G , if v is cut vertex, then
 $n(G - v) = n(G) + 1$. (True/False)
 यदि v , ग्राफ G में कोई काट-शीर्ष है, तब
 $n(G - v) = n(G) + 1$ | (सत्य/असत्य)
7. In a null graph order of every vertex is zero.
 (True/False)
 रिक्त ग्राफ में प्रत्येक शीर्ष की कोटि शून्य होती है।
 (सत्य/असत्य)
8. The distance between vertices of a connected graph is a metric.
 (True/False)
 सम्बन्ध ग्राफ के शीर्षों के बीच की दूरी मीट्रिक होती है।
 (सत्य/असत्य)
9. Every tree has only one centre. (True/False)
 प्रत्येक वृक्ष का केवल एक केन्द्र होता है। (सत्य/असत्य)
10. In a Boolean algebra $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$ $a + a = a$
 $\forall a \in B$.
 (True/False)
 बूलीय बीजगणित $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$ में $\forall a \in B$ के लिए
 $a + a = a$ | (सत्य/असत्य)