Roll No. ……..

MT–06

Numerical Analysis and Vector Calculus

(संख्यात्मक विश्लेषण एवं सदिश कलन)

Bachelor of Science (BSC–12/16)

MATHEMATICS

Second Year, Examination, 2017

Time : 3 Hours **Max. Marks : 30**

Note : This paper is of **thirty (30)** marks containing **three (03)** sections A, B and C. Learners are required to attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein.

नोट : यह प्रश्न पत्र तीस (30) अंकों का है जो तीन (03) खण्डों 'क', 'ख' तथा 'ग' में विभाजित है। शिक्षार्थियों को इन खण्डों में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

Section–A / खण्ड–क

(Long Answer Type Questions) / (दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

Note : Section 'A' contains four (04) long answer type questions of seven and half ($7\frac{1}{2}$) marks each. Learners are required to answer *two* (02) questions only.

नोट : खण्ड 'क' में चार (04) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े सात ($7\frac{1}{2}$) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Prove that :

$$\text{curl}\,(\bar{A} \times \bar{B}) = (\bar{B} \cdot \nabla)\,\bar{A} - \bar{B}\,\text{div}\,\bar{A} - (\bar{A} \cdot \nabla)\,\bar{B} + \bar{A}\,\text{div}\,\bar{B}$$

सिद्ध कीजिए कि :

$$\text{curl}\,(\bar{A} \times \bar{B}) = (\bar{B} \cdot \nabla)\,\bar{A} - \bar{B}\,\text{div}\,\bar{A} - (\bar{A} \cdot \nabla)\,\bar{B} + \bar{A}\,\text{div}\,\bar{B}$$

2. If $C = \frac{1}{2}\nabla \times \bar{B},\ \bar{B} = \nabla \times \bar{A}$, then show that :

$$\frac{1}{2}\iiint_V B^2 dV = \frac{1}{2}\iint_S \bar{A} \times \bar{B} \cdot \bar{n}\, dS + \iiint_V \bar{A} \cdot \bar{C}\, dV$$

यदि $C = \frac{1}{2}\nabla \times \bar{B},\ \bar{B} = \nabla \times \bar{A}$, तो दिखाइये कि :

$$\frac{1}{2}\iiint_V B^2 dV = \frac{1}{2}\iint_S \bar{A} \times \bar{B} \cdot \bar{n}\, dS + \iiint_V \bar{A} \cdot \bar{C}\, dV$$

3. Profit of the firm is following :

Year	Profit (in lacs)
1998	80
2000	86
2002	96
2004	104
2006	114

Using above data predict the profit in 2003.

एक फर्म का लाभ निम्नानुसार है :

वर्ष	लाभ (लाखों में)
1998	80
2000	86
2002	96
2004	104
2006	114

इन आँकड़ों से वर्ष 2003 में हुए लाभ का अनुमान लगाइये।

4. Solve the equation numerically

$$\frac{dy}{dx} = 2x + y$$

with the initial conditions $x_0 = 0, y_0 = 1$ by Milne method from (i) $x = 0$ to $x = 0.4$, (ii) $x = 0.2$ to 0.3.

समीकरण :

$$\frac{dy}{dx} = 2x + y$$

को न्यूमेरीकली प्रारम्भिक शर्तें $x_0 = 0, y_0 = 1$ के साथ मिलिन विधि से (i) $x = 0$ से $x = 0.4$, (ii) $x = 0.2$ से $x = 0.3$ के लिए हल कीजिए।

Section–B / खण्ड–ख

(Short Answer Type Questions) / (लघु उत्तरीय प्रश्न)

Note : Section 'B' contains eight (08) short answer type questions of two and half ($2\frac{1}{2}$) marks each. Learners are required to answer *four* (04) questions only.

नोट : खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए ढाई ($2\frac{1}{2}$) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Prove that :

$$\mu = \frac{1}{2}(E^{1/2} + E^{-1/2}) = \frac{2 + \Delta}{2\sqrt{1 + \Delta}}$$

$$= \frac{2 - \Delta}{2\sqrt{1 - \nabla}} = \sqrt{1 + \frac{\delta^2}{4}}$$

सिद्ध कीजिए कि :

$$\mu = \frac{1}{2}(E^{1/2} + E^{-1/2}) = \frac{2 + \Delta}{2\sqrt{1 + \Delta}}$$

$$= \frac{2 - \Delta}{2\sqrt{1 - \nabla}} = \sqrt{1 + \frac{\delta^2}{4}}$$

2. Calculate $f'(3)$ and $f''(3)$ from the following :

x	$f(x)$
3	– 14
3.2	– 10.032
3.4	– 5.296
3.6	0.256
3.8	6.672
4	14.000

$f'(3)$ और $f''(3)$ से ज्ञात कीजिए

x	$f(x)$
3	– 14
3.2	– 10.032
3.4	– 5.296
3.6	0.256
3.8	6.672
4	14.000

3. Evaluate $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ using Simpson's $\frac{1}{3}$ rd rule.

सिम्पसन $\frac{1}{3}$ के नियम से $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ का मान ज्ञात कीजिए।

4. Solve :

$$u_{x+1} = 3^x u_x$$

हल कीजिए :

$$u_{x+1} = 3^x u_x$$

5. If $\mathrm{F} = xy\,\hat{i} + x^2\hat{k} - z\,\hat{j}$ and C is curve $x = t^2$, $y = 2t$, $z = t^3$ from $t = 0$ to $t = 1$, evaluate :

$$\int_C \mathrm{F} \times dr$$

यदि $\mathrm{F} = xy\,\hat{i} + x^2\hat{k} - z\,\hat{j}$ और C वक्र है $x = t^2$, $y = 2t$, $z = t^3$ $t = 0$ से $t = 1$ तक, मान निकालिये :

$$\int_C \mathrm{F} \times dr$$

6. Find the directional derivative of $\phi = xy + yz + zx$ in the direction of the vector $i + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ at (1, 2, 0).

$\phi = xy + yz + zx$ के लिए बिन्दु (1, 2, 0) पर सदिश $i + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ की दिशा में अवकल दिशा ज्ञात कीजिए।

7. If :

$$u = xyz\,\hat{i} + xz^2\,\hat{j} - y^3\hat{k}$$

and $$v = x^3\hat{i} - xyz\,\hat{j} + x^2z\,\hat{k},$$

calculate :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \times \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

at the point (1, 1, 0).

यदि

$$u = xyz\,\hat{i} + xz^2\,\hat{j} - y^3\hat{k}$$

और $$v = x^3\hat{i} - xyz\,\hat{j} + x^2z\,\hat{k},$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \times \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

पर बिन्दु (1, 1, 0) ज्ञात कीजिए।

8. Find :

$$\frac{d}{dt}\left[\bar{a} \cdot (\bar{b} \times \bar{c})\right]$$

ज्ञात कीजिए '

$$\frac{d}{dt}\left[\bar{a} \cdot (\bar{b} \times \bar{c})\right]$$

Section–C / खण्ड–ग

(Objective Type Questions) / (वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

Note : Section 'C' contains five (05) objective type questions of one (01) mark each. All the questions of this section are compulsory.

नोट : खण्ड 'ग' में पाँच (05) वस्तुनिष्ठ प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए एक (01) अंक निर्धारित है। इस खण्ड के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

Fill in the blanks :

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

1. $\text{div}\left[\bar{a} \times (\bar{b} \times \bar{c})\right] =$ ..... .
2. $\text{curl}\left[\text{curl}\,\bar{A}\right] =$ ..... .
3. $\frac{\Delta^2}{E} x^3 =$ ..... .
4. $\Delta \log x =$ ..... .
5. $\underset{x_1}{\Delta^1} f(x_0) =$ .....