

Roll No.

MT-05

Differential Equations

(अवकल समीकरण)

Bachelor of Science (BSC-12/16) MATHEMATICS

Second Year, Examination, 2017

Time : 3 Hours

Max. Marks : 30

Note : This paper is of **thirty (30)** marks containing **three (03)** sections A, B and C. Learners are required to attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein.

नोट : यह प्रश्न पत्र तीस (30) अंकों का है जो तीन (03) खण्डों 'क', 'ख' तथा 'ग' में विभाजित है। शिक्षार्थियों को इन खण्डों में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

Section-A / खण्ड-क

(Long Answer Type Questions) / (दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

Note : Section 'A' contains four (04) long answer type questions of seven and half $7\frac{1}{2}$ marks each. Learners are required to answer two (02) questions only.

नोट : खण्ड 'क' में चार (04) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं।
प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े सात $7\frac{1}{2}$ अंक निर्धारित हैं।
शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Solve :

$$\frac{dy}{dx} + x \sin 2y = x^3 \cos^2 y$$

हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} + x \sin 2y = x^3 \cos^2 y$$

2. Solve :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4x \frac{dy}{dx} + (4x^2 - 3)y = e^{x^2}$$

हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4x \frac{dy}{dx} + (4x^2 - 3)y = e^{x^2}$$

3. Solve by Charpit's method :

$$(p^2 + q^2)y = qz$$

चारपिट विधि से हल कीजिए :

$$(p^2 + q^2)y = qz$$

4. Solve :

$$\frac{dx}{dt} + 2x - 3y = t$$

$$\frac{dy}{dt} - 3x + 2y = e^{2t}$$

हल कीजिए :

$$\frac{dx}{dt} + 2x - 3y = t$$

$$\frac{dy}{dt} - 3x + 2y = e^{2t}$$

Section-B / खण्ड-ख

(Short Answer Type Questions) / (लघु उत्तरीय प्रश्न)

Note : Section 'B' contains eight (08) short answer type questions of two and half $2\frac{1}{2}$ marks each. Learners are required to answer *four* (04) questions only.

नोट : खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए ढाई $2\frac{1}{2}$ अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Solve :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \tan \frac{y}{x}$$

हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \tan \frac{y}{x}$$

2. Solve :

$$\frac{dx}{dy} - yx = y^3 x^2$$

हल कीजिए :

$$\frac{dx}{dy} - yx = y^3 x^2$$

3. Solve :

$$x = y + p^2$$

हल कीजिए :

$$x = y + p^2$$

4. Solve :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 4x \frac{dy}{dx} + 2y = e^x$$

हल कीजिए :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 4x \frac{dy}{dx} + 2y = e^x$$

5. Solve :

$$(D^2 + 3D + 2)y = e^{2x} \sin x$$

हल कीजिए :

$$(D^2 + 3D + 2)y = e^{2x} \sin x$$

6. Solve :

$$y^2 p - xyq = x(z - 2y)$$

हल कीजिए :

$$y^2 p - xyq = x(z - 2y)$$

7. Solve :

$$(D - D')(D + D' - 3)z = e^{x+2y}$$

हल कीजिए :

$$(D - D')(D + D' - 3)z = e^{x+2y}$$

8. Solve :

$$x \cos x \left(\frac{dy}{dx} \right) + y (x \sin x + \cos x) = 1$$

हल कीजिए :

$$x \cos x \left(\frac{dy}{dx} \right) + y (x \sin x + \cos x) = 1$$

Section-C / खण्ड-ग

(Objective Type Questions) / (वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

Note : Section 'C' contains ten (10) objective type questions of half $\frac{1}{2}$ mark each. All the questions of this section are compulsory.

नोट : खण्ड 'ग' में दस (10) वस्तुनिष्ठ प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए आधा $\frac{1}{2}$ अंक निर्धारित है। इस खण्ड के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

Write T for True and F for False statement.

सत्य के लिये T और असत्य के लिये F लिखिए।

1. $x dy - y dx = (x^2 + y^2) dx$ is a first order and first degree differential equation.

$x dy - y dx = (x^2 + y^2) dx$ एक प्रथम कोटि और प्रथम घात की अवकल समीकरण है।

2. $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{2x}$ is a differential equation corresponding to equation $y^2 = 4ax$.

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{2x}$, समीकरण $y^2 = 4ax$ से सम्बद्ध है।

3. $d\left(\frac{y}{x}\right) = \frac{x dy + y dx}{x^2}.$

4. $(x^2 D^2 - xD + 2)y = x \log x$ is a homogeneous linear differential equation.

$(x^2 D^2 - xD + 2)y = x \log x$ एक समघात रैखिक अवकल समीकरण है।

5. For $\frac{d^2 y}{dx^2} + P \frac{dy}{dx} + Qy = R$ if $P + Qx = 0$, then $y = x^2$ is a complementary function.

$\frac{d^2 y}{dx^2} + P \frac{dy}{dx} + Qy = R$ के लिये $P + Qx = 0$ है, तब $y = x^2$ पूरक फलन होगा।

Choose the correct alternative.

सही विकल्प चुनिए।

6. The order and degree of the differential equation :

$$\left\{ 2 \left(\frac{dy}{dx} \right)^3 + 4 \right\} = \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^{3/2}$$

are respectively :

- (a) 2, 3 (b) 1, 3
(c) 3, 2 (d) 3, 1

समीकरण $\left\{ 2 \left(\frac{dy}{dx} \right)^3 + 4 \right\} = \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^{3/2}$ की कोटि व घात

हैं क्रमशः :

- (अ) 2, 3 (ब) 1, 3
(स) 3, 2 (द) 3, 1

7. The integrating factor of $\frac{dy}{dx} - y \cos x = \sin x \cos x$ is :

- (a) $e^{\sin x}$ (b) $e^{-\sin x}$
 (c) $e^{\cos x}$ (d) $e^{-\cos x}$

$\frac{dy}{dx} - y \cos x = \sin x \cos x$ का समाकलन गुणांक है :

- (अ) $e^{\sin x}$ (ब) $e^{-\sin x}$
 (स) $e^{\cos x}$ (द) $e^{-\cos x}$

8. Solution of $y = px + \log p$ is :

- (a) $y = e^x$
 (b) $y = cx + \log c$
 (c) $y = \log cx$
 (d) $x = e^y$

$y = px + \log p$ का हल है :

- (अ) $y = e^x$
 (ब) $y = cx + \log c$
 (स) $y = \log cx$
 (द) $x = e^y$

9. The particular integral of $(D^2 + D + 1)y = e^x$ is :

- (a) $2e^x$ (b) e^x
 (c) $\frac{e^x}{3}$ (d) None of these

$(D^2 + D + 1)y = e^x$ का विशेष समाकलन है :

(अ) $2e^x$

(ब) e^x

(स) $\frac{e^x}{3}$

(द) इनमें से कोई नहीं

10. The solution of $(D^2 - D'^2)z = 0$:

(a) $z = \phi_1(y + x) + \phi_2(y - x)$

(b) $z = \phi_1(y) + \phi_2(x)$

(c) $z = \phi_1(y + 2x) + \phi_2(y - 2x)$

(d) $z = \phi_1(x) + \phi_2(y)$

$(D^2 - D'^2)z = 0$ का हल है :

(अ) $z = \phi_1(y + x) + \phi_2(y - x)$

(ब) $z = \phi_1(y) + \phi_2(x)$

(स) $z = \phi_1(y + 2x) + \phi_2(y - 2x)$

(द) $z = \phi_1(x) + \phi_2(y)$