

MT-01

Discrete Mathematics

(विविक्त गणित)

Bachelor of Science (BSC-12/16)

MATHEMATICS

First Year, Examination, 2017

Time : 3 Hours

Max. Marks : 35

Note : This paper is of **thirty five (35)** marks containing **three (03)** sections A, B and C. Learners are required to attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein.

नोट : यह प्रश्न पत्र पैंतीस (35) अंकों का है जो तीन (03) खण्डों 'क', 'ख' तथा 'ग' में विभाजित है। शिक्षार्थियों को इन खण्डों में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

Section-A / खण्ड-क

(Long Answer Type Questions) / (दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

Note : Section 'A' contains four (04) long answer type questions of seven and half ($7\frac{1}{2}$) marks each. Learners are required to answer *two* (02) questions only.

नोट : खण्ड 'क' में चार (04) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े सात ($7\frac{1}{2}$) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. If $G = a, b : a, b \in \mathbb{R}$. Binary operation in G is defined as :

$$a, b * c, d = ac, bc + d$$

show that $(G, *)$ is a group.

यदि $G = a, b : a, b \in \mathbb{R} \mid G$ में द्विआधारी संक्रिया निम्न प्रकार परिभाषित है :

$$a, b * (c, d) = (ac, bc + d)$$

सिद्ध कीजिए कि $G, *$ समूह है।

2. If a, b, c are the elements of Boolean Algebra $\langle B, +, \cdot, ', 0, 1 \rangle$, then prove that :

$$a + b \cdot b + c \cdot c + a = a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a$$

यदि a, b, c बूलीय बीजगणित $\langle B, +, \cdot, ', 0, 1 \rangle$ के अवयव हैं, तो सिद्ध कीजिए कि

$$a + b \cdot b + c \cdot c + a = a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a$$

3. Determine the numeric function corresponding to generating function :

$$G(x) = \frac{1 + x^2}{1 - x^3}$$

जनक फलन $G(x) = \frac{1 + x^2}{1 - x^3}$ के संगत संख्याक फलन

ज्ञात कीजिए।

4. A connected graph G is a Euler graph if and only if the degree of every vertex in G is even.

एक सम्बद्ध ग्राफ G एक आयलर ग्राफ है यदि और केवल यदि G में प्रत्येक शीर्ष एक सम शीर्ष है।

Section-B / खण्ड-ख**(Short Answer Type Questions) / (लघु उत्तरीय प्रश्न)**

Note : Section 'B' contains eight (08) short answer type questions of two and half $2\frac{1}{2}$ marks each. Learners are required to answer *six* (06) questions only.

नोट : खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए ढाई $2\frac{1}{2}$ अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल छः (06) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. If A and B are two sets, then show that :

$$A \cup B = B \cup A$$

यदि A और B दो समुच्चय हैं, तब सिद्ध कीजिए कि :

$$A \cup B = B \cup A$$

2. Dual of a lattice is a lattice.

जालक का द्वैती भी जालक होता है।

3. Explain pigeonhole principle.

कपोत कोष्ठ सिद्धान्त की व्याख्या कीजिए।

4. Define finite state automata.

परिमित अवस्था ऑटोमेटा को परिभाषित कीजिए।

5. In how many ways 5 girls and 4 boys can be arranged round a circular table such that no two boys sit together ?

5 लड़कियों और 4 लड़कों को एक गोल मोज के चारों ओर कितने प्रकार से बैठाया जा सकता है जबकि दो लड़के एक साथ न बैठें ?

6. Find the generating function of series :

$$2, 3, 5, 9, 17, 33, \dots, \infty$$

श्रेणी $2, 3, 5, 9, 17, 33, \dots, \infty$ के लिए जनक फलन ज्ञात कीजिए।

7. Solve homogeneous linear recurrence relation :

$$a_n - 8a_{r-1} + 21a_{r-2} - 18a_{r-3} = 0, \quad r \geq 3.$$

समघात रैखिक पुनरावृत्ति सम्बन्ध

$$a_n - 8a_{r-1} + 21a_{r-2} - 18a_{r-3} = 0, \quad r \geq 3$$

को हल कीजिए।

8. Every connected graph with n vertices and $n - 1$ edges is a tree.

n शीर्ष और $n - 1$ कोरों वाला प्रत्येक सम्बद्ध ग्राफ एक वृक्ष होता है।

Section-C / खण्ड-ग

(Objective Type Questions) / (वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

Note : Section 'C' contains ten (10) objective type questions of half $\frac{1}{2}$ mark each. All the questions of this section are compulsory.

नोट : खण्ड 'ग' में दस (10) वस्तुनिष्ठ प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए आधा $\frac{1}{2}$ अंक निर्धारित है। इस खण्ड के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

Indicate whether the following Statements are True or False.

इंगित कीजिए कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य।

1. If A and B are any two sets, then

$$A \cup B' = A' \cup B'$$

यदि A और B कोई दो समुच्चय हैं, तब

$$A \cup B' = A' \cup B'$$

2. Relation of equality of numbers on the set of real numbers is an equivalence relation.

वास्तविक संख्याओं से समुच्चय में संख्याओं की समानता का सम्बन्ध एक तुल्यता सम्बन्ध है।

3. Dual of a poset is a poset.

पौसेट का द्वैती भी पौसेट होता है।

4. In group $1, -1, i, -i, x$ order element i is 2.

समूह $1, -1, i, -i, x$ में अवयव i की कोटि 2 है।

5. $\underline{n} = n \mid n - 1$.

6. If L_1 and L_2 are any two languages on alphabet Σ , then $L_1 L_2 = L_2 L_1$.

यदि L_1 तथा L_2 वर्णमाला Σ पर कोई दो भाषाएँ हैं, तब

$$L_1 L_2 = L_2 L_1$$

7. If $\langle B, +, \cdot, ', 0, 1 \rangle$ is a Boolean algebra and $a, b \in B$, then $a + a \cdot b = b$.

यदि $\langle B, +, \cdot, ', 0, 1 \rangle$ एक बूलीय बीजगणित है और $a, b \in B$, तब $a + a \cdot b = b$ ।

8. Its cycle graph C_n , minimum value of n is 3.

चक्र ग्राफ C_n में n का न्यूनतम मान 3 होता है।

9. If number of vertices in G_1 and G_2 are m and n respectively, then number of vertices in $G_1 \times G_2$ is mn .

यदि G_1 तथा G_2 क्रमशः m तथा n शीर्षों के ग्राफ हैं, तब $G_1 \times G_2$ में शीर्षों की संख्या mn होगी।

10. Every tree has either one or two centres.

प्रत्येक वृक्ष के एक या दो केन्द्र होते हैं।