

# C169

Total Pages : 7

Roll No. ....

## MT-06

### Numerical Analysis & Vector Calculus

संख्यात्मक विश्लेषण एवं सदिश कलन

Bachelor of Science (BSC-12/16/17)

2nd Year Examination, 2022 (June)

**Time : 2 Hours]**

**[Max. Marks : 40**

**Note :** This paper is of Forty (40) marks divided into two (02) Sections A and B. Attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein.

**नोट :** यह प्रश्नपत्र चालीस (40) अंकों का है जो दो (02) खण्डों के तथा ख में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है।

### SECTION-A/( खण्ड-क )

**(Long Answer Type Questions)/( दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न )**

**Note :** Section 'A' contains Five (05) long answer type questions of Ten (10) marks each. Learners are required to answer any Two (02) questions only.

(2×10=20)

**नोट :** खण्ड 'क' में पाँच (05) दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए दस (10) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. With the help of the following data, find the value of  $y$  at  $x = 23$ .

$x$ :	10	20	30	40	50	60	70	80
$y = f(x)$ :	1	8	27	64	125	216	243	512

निम्नलिखित आकड़ों की सहायता से  $x = 23$  पर  $y$  का मान ज्ञात कीजिए।

$x$ :	10	20	30	40	50	60	70	80
$y = f(x)$ :	1	8	27	64	125	216	243	512

2. Prove that :

(a)  $(E + 1)\delta = 2(E - Y)\mu$ .

(b)  $\Delta\nabla \equiv \Delta - \nabla = \delta^2$ .

(c)  $\Delta \equiv \frac{\delta^2}{2} + \delta \left[ 1 + \frac{\delta^2}{2} \right]^{1/2}$ .

सिद्ध कीजिए

(क)  $(E + 1)\delta = 2(E - Y)\mu$ .

(ख)  $\Delta \nabla \equiv \Delta - \nabla = \delta^2$ .

(ग)  $\Delta \equiv \frac{\delta^2}{2} + \delta \left[ 1 + \frac{\delta^2}{2} \right]^{1/2}$ .

3. Find the real root of the equation  $x^3 + x - 3 = 0$  that lies between 1.2 and 1.3.

समीकरण  $x^3 + x - 3 = 0$  का वास्तविक मूल ज्ञात कीजिए जो 1.2 और 1.3 के मध्य स्थित है।

4. Evaluate  $\int_c \vec{f} \cdot \overline{d\vec{r}}$  where,  $\vec{f} = (2x + 3y)i + (2y - x)j + yzk$  and  $c$  is the curve  $x = 2t^2$ ,  $y = t$  and  $z = t^3$  from  $t = 0$  to  $t = 1$ .

$\int_c \vec{f} \cdot \overline{d\vec{r}}$  का मूल्यांकन कीजिए जहाँ  $\vec{f} = (2x + 3y)i + (2y - x)j + yzk$  तथा  $x = 2t^2$ ,  $y = t$  और  $z = t^3$  से  $t = 0$  प्रति  $t = 1$  तक वक्र  $c$  है।

5. Prove that  $\text{curl} [r^n(\vec{a} \times \vec{r})] = (n + 2)r^n\vec{a} - nr^{n-2}(\vec{r} \cdot \vec{a})\vec{r}$  where  $\vec{a}$  is a constant vector.

सिद्ध कीजिए  $\text{curl} [r^n(\vec{a} \times \vec{r})] = (n + 2)r^n\vec{a} - nr^{n-2}(\vec{r} \cdot \vec{a})\vec{r}$  कीजिए जहाँ  $\vec{a}$  अचर वैक्टर है।

## SECTION-B/( खण्ड-ख )

(Short Answer Type Questions)/( लघु उत्तरों वाले प्रश्न )

**Note :** Section 'B' contains Eight (08) short answer type questions of Five (05) marks each. Learners are required to answer any Four (04) questions only. (4×5=20)

**नोट :** खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए पाँच (05) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Prove that

$$(a) \left( \frac{\Delta^2}{E} \right) x^3 = 6x, h=1$$

$$(b) \left( \frac{\Delta^2}{E} \right) \left( \frac{e^x E e^x}{\Delta^2 e^x} \right) = e^x, h=1$$

सिद्ध कीजिए

$$(क) \left( \frac{\Delta^2}{E} \right) x^3 = 6x, h=1$$

$$(ख) \left( \frac{\Delta^2}{E} \right) \left( \frac{e^x E e^x}{\Delta^2 e^x} \right) = e^x, h=1$$

2. Express the function  $f(x) = x^4 - 12x^3 + 24x^2 - 30x + 9$ ,  $h = 1$  in the Factorial Sum.

फलन  $f(x) = x^4 - 12x^3 + 24x^2 - 30x + 9$ ,  $h = 1$  को क्रमगुणीत संकलन में व्यक्त कीजिए।

3. Find the value of the integral  $\int_4^{5.2} \log x \, dx$  using trapezoidal rule.

ट्रैपेजोइडल समलम्बीय नियम द्वारा निम्न समाकल का मान निकालिए

$$\int_4^{5.2} \log x \, dx .$$

4. Find the value of  $f(x)$  at  $x = 2$  by using Newton's divided difference formula with the help of the values given in the following table.

$x$	0	1	8
$y = f(x)$	8	68	123

निम्न सारणी में दिए गए मानों की सहायता से न्यूटन विभाजित अंतर सूत्र के प्रयोग द्वारा  $x = 2$  पर  $f(x)$  का मान ज्ञात कीजिए।

$x$	0	1	8
$y = f(x)$	8	68	123

5. Solve the following system of linear equations using Gauss Jordan method

$$x + y + z = 9$$

$$2x + 3y + 4z = 13$$

$$3x + 4y + 5z = 40$$

गॉस-जार्डन विधि द्वारा निम्न समीकरण निकाय का हल कीजिए

$$x + y + z = 9$$

$$2x + 3y + 4z = 13$$

$$3x + 4y + 5z = 40$$

6. If  $\frac{d\vec{a}}{dt} = \vec{c} \times \vec{a}$  and  $\frac{d\vec{b}}{dt} = \vec{c} \times \vec{b}$ , then prove that  $\frac{d}{dt}(\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b})$ .

यदि  $\frac{d\vec{a}}{dt} = \vec{c} \times \vec{a}$  और  $\frac{d\vec{b}}{dt} = \vec{c} \times \vec{b}$  हो, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{d}{dt}(\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b})$$

7. Prove that  $\nabla^2 \left( \frac{x}{r^3} \right) = 0$ .

सिद्ध कीजिए  $\nabla^2 \left( \frac{x}{r^3} \right) = 0$ .

8. Find the equation of the tangent and normal to the surface  $xyz = 4$  at the point  $(1,2,2)$ .

पृष्ठ  $xyz = 4$  के बिंदु  $(1,2,2)$  पर स्पर्शतल और अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए।

---