

# C165

Total Pages : 5

Roll No. ....

## MT-02

**Calculus and Differential equation**

**कलन एवं अवकलन समीकरण**

Bachelor of Science (BSC -12/16/17)

Ist Year Examination, 2022 (June)

**Time : 2 Hours]**

**[Max. Marks : 40**

**Note :** This paper is of Forty (40) marks divided into two (02) Sections A and B. Attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein.

**नोट :** यह प्रश्नपत्र चालीस (40) अंकों का है जो दो (02) खण्डों के तथा ख में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है।

### **SECTION-A/( खण्ड-क )**

**(Long Answer Type Questions)/( दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न )**

**Note :** Section 'A' contains Five (05) long answer type questions of Ten (10) marks each. Learners are required to answer any Two (02) questions only.

(2×10=20)

**नोट :** खण्ड 'क' में पाँच (05) दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए दस (10) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Find the value of integral  $\iiint x^{l-1}y^{m-1}z^{n-1} dx dy dz$ , when

$$x, y, z > 0 \text{ and } \left(\frac{x}{a}\right)^p + \left(\frac{y}{b}\right)\left(\frac{z}{c}\right)^r \leq 1.$$

समाकलन  $\iiint x^{l-1}y^{m-1}z^{n-1} dx dy dz$ , का मान ज्ञात कीजिए

$$\text{कि } x, y, z > 0 \text{ और } \left(\frac{x}{a}\right)^p + \left(\frac{y}{b}\right)\left(\frac{z}{c}\right)^r \leq 1.$$

2. If  $u = \log(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$ , then prove that

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}\right)^2 u = -\frac{9}{(x+y+z)^2}.$$

यदि  $u = \log(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$ , तो सिद्ध कीजिए कि

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}\right)^2 u = -\frac{9}{(x+y+z)^2}.$$

3. Find the area of the ellipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ .

दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

4. Find the volume of the spindle shaped solid generated by revolving the astroid  $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$  about the  $x$ -axis.

एस्ट्रोइड  $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$   $x$ -अक्ष के परितः परिक्रमण से जनित ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।

5. Expand  $\log(1 + x)$  by Maclaurin's theorem

मैकलॉरिन प्रमेय द्वारा  $\log(1 + x)$  का विस्तार करें।

### SECTION-B/( खण्ड-ख )

(Short Answer Type Questions)/( लघु उत्तरों वाले प्रश्न )

**Note :** Section 'B' contains Eight (08) short answer type questions of Five (05) marks each. Learners are required to answer any Four (04) questions only. (4×5=20)

**नोट :** खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए पाँच (05) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Find the radius of curvature at the point  $(x, y)$  on the curve

$$y = c \operatorname{logsec} \left( \frac{x}{c} \right).$$

वक्र  $y = c \operatorname{logsec} \left( \frac{x}{c} \right)$  पर बिंदु  $(x, y)$  पर वक्रता की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

2. If  $u = \log (y \sin x + x \sin y)$ , then prove that  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}$ .

यदि  $u = \log (y \sin x + x \sin y)$  हो तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}.$$

3. Prove that the maximum value of  $\left( \frac{1}{x} \right)^x$  is  $e^{1/e}$ .

सिद्ध कीजिए कि  $\left( \frac{1}{x} \right)^x$  का अधिकतम मान  $e^{1/e}$  है।

4. Find the asymptotes of the curve  $x^3 + yx^2 - xy^2 - y^3 - 3x - y - 1 = 0$ .

वक्र  $x^3 + yx^2 - xy^2 - y^3 - 3x - y - 1 = 0$  के अनंतस्पर्शी ज्ञात कीजिए।

5. Trace the curve.

वक्र का अनुरेखण कीजिए।

$$y^2(2a - x) = x^3.$$

6. Find the total area of the curve  $a^2y^2 = x^3(2a - x)$ .

वक्र  $a^2y^2 = x^3(2a - x)$  का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

7. Find the loop of the curve  $9ay^2 = x(x - 3a)^2$ .

वक्र  $9ay^2 = x(x - 3a)^2$  के लूप का परिमाण ज्ञात कीजिए।

8. Find the value of  $\iint (x^2 + y^2) dx dy$  on the area covered by

the ellipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ .

दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  द्वारा घिरे हुए क्षेत्र पर  $\iint (x^2 + y^2) dx dy$

का मान ज्ञात कीजिए।

---