

C164

Total Pages : 6

Roll No.

MT-01

Discrete mathematics

विविक्त गणित

Bachelor of Science (BSC-12/16/17)

Ist Year Examination, 2022 (June)

Time : 2 Hours]

[Max. Marks : 40

Note : This paper is of Forty (40) marks divided into two (02) Sections A and B. Attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein.

नोट : यह प्रश्नपत्र चालीस (40) अंकों का है जो दो (02) खण्डों के तथा ख में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है।

SECTION-A/(खण्ड-क)

(Long Answer Type Questions)/(दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न)

Note : Section 'A' contains Five (05) long answer type questions of Ten (10) marks each. Learners are required to answer any Two (02) questions only.

(2×10=20)

C164 / MT-01

[P.T.O.

नोट : खण्ड 'क' में पाँच (05) दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए दस (10) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Find the sum of the following series $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots$ + r^2 and also find the coefficient of x^{12} of the following generating function.

निम्नलिखित श्रृंखला का योग ज्ञात कीजिए। निम्नलिखित जनक फलन के x^{12} का गुणांक भी ज्ञात कीजिए।

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + r^2$$

2. Draw a graph that :

- (a) Neither Euler graph nor Hamiltonian
- (b) Euler graph but not Hamiltonian.
- (c) Has Hamiltonian graph but not Euler.
- (d) Both Euler and Hamiltonian.

ऐसे ग्राफ का आरेखण कीजिए जो

- (क) न तो आयलर ग्राफ है और न ही हैमिल्टोनियन।
- (ख) आयलर ग्राफ है परन्तु हैमिल्टोनियन नहीं।
- (ग) हैमिल्टोनियन ग्राफ है परन्तु आयलर नहीं।
- (घ) आयलर तथा हैमिल्टोनियन दोनों हैं।

3. Prove that the function $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, such that $f(x) = 3x + 8$ is one-one and onto. Also find the inverse of the function.

सिद्ध कीजिए कि फलन $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, जैसे कि $f(x) = 3x + 8$ एकैकी और आच्छादक है। फलन का व्युत्क्रम भी ज्ञात कीजिए।

4. Represent the following expressions in the form of switching circuits.

निम्नलिखित व्यंजको को स्विचन परिपथ के रूप में दर्शाइए।

(a) $(x + y')$. x .

(b) $[x \cdot (y \cdot z') + (y' \cdot z)] + (x \cdot y' \cdot z)$.

(c) $x \cdot z + y \cdot (y' + z) \cdot (x' + y \cdot z')$.

5. Write the definition of the Group. Find the order of each element of the group $(G = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, \times_7)$. Also find the generator of the group.

समूह की परिभाषा लिखिए। समूह $(G = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, \times_7)$ के प्रत्येक अवयव की कोटि ज्ञात कीजिए। समूह का जनक भी ज्ञात कीजिए?

SECTION-B/(खण्ड-ख)

(Short Answer Type Questions)/(लघु उत्तरों वाले प्रश्न)

Note : Section 'B' contains Eight (08) short answer type questions of Five (05) marks each. Learners are required to answer any Four (04) questions only. (4×5=20)

नोट : खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए पाँच (05) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. If A, B and C are sets, then prove that. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

यदि A, B और C समुच्चय है, तो सिद्ध कीजिए कि $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

2. Prove that the function $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ such that, $f(x) = 5x + 2$, is not a onto function.

सिद्ध कीजिए कि फलन $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ इस प्रकार है कि, $f(x) = 5x + 2$, आच्छादक फलन नहीं है।

3. Let the function $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ and $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ such that, $f(x) = x^3 - 4x$, $g(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ $h(x) = x^2$, then prove that

$$fo(goh) = (fog)oh.$$

माना $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ और $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ फलन है, इस प्रकार

कि, $f(x) = x^3 - 4x$, $g(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ $h(x) = x^2$, सिद्ध कीजिए कि

$$fo(goh) = (fog)oh.$$

4. Show that the set $(G = \{1, -1, i, -i\}, \times)$ is a group.

सिद्ध कीजिए कि समुच्चय $(G = \{1, -1, i, -i\}, \times)$ एक समूह है।

5. Prove that $(\mathbb{Z}_5, +_5, \times_5)$ is an integral domain. Is it also a field?

सिद्ध कीजिए कि समुच्चय $(\mathbb{Z}_5, +_5, \times_5)$ एक पूर्णाकीय प्रान्त है। क्या यह क्षेत्र भी है?

6. Two dice are thrown simultaneously. Find the probability that the sum of the digits is 10, 11 and 12. Also find the probability when the sum of the digits is 10 or more than 10.

दो पासे एक साथ फेंके जाते हैं। अंकों का योग 10, 11 एवं 12 होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। साथ ही वह प्रायिकता ज्ञात करो जब अंकों का योग 10 या 10 से अधिक हो।

7. Prove that on n vertices in complete graph the number of

edges is $\frac{n(n-1)}{2}$.

सिद्ध कीजिए की n शीर्षों पर पूर्ण ग्राफ में कोरों की संख्या

$\frac{n(n-1)}{2}$ होती है।

8. If G is a connected planar graph with n vertices, e edges and r areas, then $n - e + r = 2$.

यदि G एक सम्बद्ध समतलीय ग्राफ है, जिसमें n शीर्ष, e कोरें तथा r क्षेत्र हैं, तब $n - e + r = 2$.
