

565

Total Pages : 5

Roll No. ....

## MT-08

### Complex Analysis

### समिश्र विश्लेषण

Bachelor of Science (BSC-12/16)

Third Year Examination, 2021 (Winter)

**Time : 2 Hours]**

**[Max. Marks : 40**

**Note :** This paper is of Forty (40) marks divided into two (02) Sections A and B. Attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein.

**नोट :** यह प्रश्नपत्र चालीस (40) अंकों का है जो दो (02) खण्डों के तथा ख में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है।

### SECTION-A/( खण्ड-क )

**(Long Answer Type Questions)/( दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न )**

**Note :** Section 'A' contains Five (05) long answer type questions of Ten (10) marks each. Learners are required to answer any Two (02) questions only.

(2×10=20)

**नोट :** खण्ड 'क' में पाँच (05) दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए दस (10) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Derive Cauchy-Riemann equations for an analytic function.

एक विश्लेषिक फलन के लिए कौशी-रीमान समीकरण का निगमन कीजिये।

2. For an equilateral triangle with vertices,  $Z_1, Z_2$  and  $Z_3$ , prove

$$\text{that } \frac{1}{Z_1 - Z_2} + \frac{1}{Z_2 - Z_3} + \frac{1}{Z_3 - Z_1} = 0.$$

एक समबाहु त्रिभुज जिसके शीर्ष  $Z_1, Z_2$  तथा  $Z_3$  हैं के लिए सिद्ध

$$\text{कीजिये } \frac{1}{Z_1 - Z_2} + \frac{1}{Z_2 - Z_3} + \frac{1}{Z_3 - Z_1} = 0$$

3. The function  $f(z) = \exp\left(\frac{1}{z^4}\right)$ ,  $Z \neq 0$  and  $f(0) = 0$ , satisfies

Cauchy-Riemann equation at  $Z = 0$  but it is not analytic at that point. Discuss why?

फलन  $f(z) = \exp\left(\frac{1}{z^4}\right)$ ,  $Z \neq 0$  और  $f(0) = 0$ , पर कौशी-रीमान

समीकरण को सन्तुष्ट करने के बावजूद  $Z = 0$  पर विश्लेषिक नहीं है। कारण की व्याख्या कीजिये।

4. State and prove Liouville's theorem for analytic function.

विश्लेषिक फलन के लिए लियोविली प्रमेय सिद्ध कीजिये।

5. State and prove Cauchy residue theorem.

कौशी अवशेष प्रमेय सिद्ध कीजिये।

### SECTION-B/( खण्ड-ख )

(Short Answer Type Questions)/( लघु उत्तरों वाले प्रश्न )

**Note :** Section 'B' contains Eight (08) short answer type questions of Five (05) marks each. Learners are required to answer any Four (04) questions only. (4×5=20)

**नोट :** खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए पाँच (05) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Expand  $f(z) = \frac{1}{z^2 + 4}$  in powers of  $z + 2i$ .

फलन  $f(z) = \frac{1}{z^2 + 4}$  का  $z + 2i$  की घातों में विस्तार कीजिये।

2. For any two complex numbers  $Z_1$  and  $Z_2$  prove that  $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$ .

कोई भी दो सम्मिश्र संख्याओं के लिए सिद्ध कीजिये  $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$ .

3. Find an analytic function whose real part is  $u(x, y) = 2xy + 2x$ .

एक विश्लेषित फलन ज्ञात कीजिये, जिसका वास्तविक भाग  $u(x, y) = 2xy + 2x$  हो।

4.  $\int \frac{\sinh z}{z^2(z-2)} dz$  where  $C = \{z : |z| = 1\}$ .

$\int \frac{\sinh z}{z^2(z-2)} dz$  का मान ज्ञात कीजिये जहाँ  $C = \{z : |z| = 1\}$ .

5. Discuss various types of singularities.

विभिन्न प्रकार की विचित्रताओं की व्याख्या कीजिये।

6. Calculate the residue at  $z = \infty$  for  $f(z) = \log \left( \frac{z-a}{z-b} \right)$ .

फलन  $f(z) = \log \left( \frac{z-a}{z-b} \right)$  का  $z = \infty$  पर अवशेष बताइये।

7. If  $f(z) = u + iv$  is an analytic function, then prove that  $u(x, y) = \text{constant}$  and  $v(x, y) = \text{Constant}$  are orthogonal families.

यदि  $f(z) = u + iv$  एक विश्लेषिक फलन हो तो सिद्ध कीजिये कि  $u(x, y) = \text{अचर}$  तथा  $v(x, y) = \text{अचर}$  अभिलम्बवत परिवार होंगे।

8. Discuss the behaviour of a complex function at infinity.

एक सम्मिश्र फलन का अनन्त पर व्यवहार की व्याख्या कीजिये।

---