

**S-66**

Total Pages : 6

Roll No. ....

**MT-08**

**Complex Analysis**

**समिश्र विश्लेषण**

Bachelor of Science (BSC)

3rd Year Examination, 2022 (Dec.)

**Time : 2 Hours]**

**[Max. Marks : 35**

**Note :** This paper is of Thirty Five (35) marks divided into two (02) Sections A and B. Attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein.

**नोट :** यह प्रश्नपत्र पैंतीस (35) अंकों का है जो दो (02) खण्डों क तथा ख में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है।

**SECTION-A/( खण्ड-क )**

**(Long Answer Type Questions)/( दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न )**

**Note :** Section 'A' contains Five (05) long answer type questions of Nine and Half (9½) marks each. Learners are required to answer any Two (02) questions only.

(2×9½=19)

**S-66 / MT-08**

**[P.T.O.**

**नोट :** खण्ड 'क' में पाँच (05) दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े नौ (9½) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. If  $u + v = \frac{2 \sin 2x}{e^{2y} + e^{-2y} - 2 \cos 2x}$  and  $f(z) = u + iv$  is an analytic function then find  $f(z)$  in terms of  $z$ .

यदि  $u + v = \frac{2 \sin 2x}{e^{2y} + e^{-2y} - 2 \cos 2x}$  तथा  $f(z) = u + iv$

विश्लेषिक फलन है तो  $f(z)$  को  $z$  के पदों में ज्ञात कीजिए।

2. Find the bilinear transformation which transforms the points  $z = 2, 1, 0$  into  $w = 1, 0, i$  respectively.

द्विरेखीय रूपांतरण ज्ञात कीजिए जो  $z = 2, 1, 0$  को  $w = 1, 0, i$  बिंदुओं में रूपांतरित करें।

3. State and Prove Cauchy's Integral formula.

कौशी का समाकलन सूत्र बताइए और सिद्ध कीजिए।

4. State and prove maximum modulus theorem.

महत्तम मापांक प्रमेय को परिभाषित और सिद्ध कीजिए।

5. State and Prove Uniqueness of analytic continuation theorem.  
विश्लेषिक सातत्य की अद्वितीयता प्रमेय को परिभाषित और सिद्ध कीजिए।

**SECTION-B/( खण्ड-ख )**

**(Short Answer Type Questions)/( लघु उत्तरों वाले प्रश्न )**

**Note :** Section 'B' contains Eight (08) short answer type questions of Four (04) marks each. Learners are required to answer any Four (04) questions only. (4×4=16)

**नोट :** खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए चार (04) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Find the amplitude of  $\frac{3+4i}{3-4i}$ .

$\frac{3+4i}{3-4i}$  कोणांक ज्ञात कीजिए।

2. Define :

- (a) Open set.  
(b) Connected set.

परिभाषित कीजिए :

- (क) विवृत समुच्चय।  
(ख) सम्बन्ध समुच्चय।

3. With the help of theorems on limits, find the following :

(a)  $\lim_{z \rightarrow 1+i} (z^2 - 5z + 10)$

(b)  $\lim_{z \rightarrow 2i} \frac{(2z+3)(z-1)}{z^2 - 2z + 4}$

सीमाओं पर प्रमेयों की सहायता से निम्न को ज्ञात कीजिए :

(क)  $\lim_{z \rightarrow 1+i} (z^2 - 5z + 10)$

(ख)  $\lim_{z \rightarrow 2i} \frac{(2z+3)(z-1)}{z^2 - 2z + 4}$

4. Find the radius of convergence of the given power series :

(a)  $\sum_{n=1}^{\infty} (3+4i)^n z^n$

(b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$

निम्न घात श्रेणियों की अभिसरण त्रिज्याएँ ज्ञात कीजिए :

(क)  $\sum_{n=1}^{\infty} (3+4i)^n z^n$

(ख)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$

5. Define

- (a) Conformal mapping.
- (b) Critical point.
- (c) Magnification

परिभाषित कीजिए :

- (क) अनुकोण प्रतिचित्रण।
- (ख) क्रांतिक।
- (ग) आवर्धन।

6. Prove that  $\int_C \frac{dz}{z-a} = 2\pi i$  where C is  $|z-a| = r$

सिद्ध कीजिए कि  $\int_C \frac{dz}{z-a} = 2\pi i$  जहाँ C का समीकरण  $|z-a| = \rho$  है।

7. Explain with example :

- (a) Essential singularities.
- (b) Pole.

उदाहरण सहित परिभाषित कीजिए :

- (क) अनिवार्य विचित्रता।
- (ख) अनंतक।

8. Find the value of  $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2 + \cos \theta}$ .

$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2 + \cos \theta}$  का मान ज्ञात कीजिए।

---