

S-64

Total Pages : 7

Roll No.

MT-06

Numerical Analysis and Vector Calculus

संख्यात्मक विश्लेषण एवं सदिश कलन

Bachelor of Science (BSC)

2nd Year Examination, 2022 (Dec.)

Time : 2 Hours]

[Max. Marks : 35

Note : This paper is of Thirty Five (35) marks divided into two (02) Sections A and B. Attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein.

नोट : यह प्रश्नपत्र पैंतीस (35) अंकों का है जो दो (02) खण्डों क तथा ख में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है।

SECTION-A/(खण्ड-क)

(Long Answer Type Questions)/(दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न)

Note : Section 'A' contains Five (05) long answer type questions of Nine and Half (9½) marks each. Learners are required to answer any Two (02) questions only.

(2×9½=19)

S-64 / MT-06

[P.T.O.

नोट : खण्ड 'क' में पाँच (05) दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े नौ (9½) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Using Picard's method solve the following differential equation.

$$\frac{dy}{dx} = -1 - 2xy, \text{ where } y(0) = 0$$

पिकार्ड की विधि द्वारा निम्न अवकल समीकरण का हल ज्ञात कीजिए।

$$\frac{dy}{dx} = -1 - 2xy, \text{ जहाँ } y(0) = 0$$

2. Find the value of the intergration $\int_C (xydx + xy^2dy)$ by Stoke's theorem, where C is the boundary of the square formed by the vertices (1, 0), (-1, 0), (0, 1), (0, -1).

स्टोक की प्रमेय द्वारा समाकलन $\int_C (xydx + xy^2dy)$ का मान ज्ञात

कीजिए, जहाँ C शीर्षों (1, 0), (-1, 0), (0, 1), (0, -1) द्वारा निर्मित वर्ग की परिसीमा है।

3. Using Newton-Raphson method, find the real root of the polynomial $x^3 - 3x - 5 = 0$ upto four decimal places.

न्यूटन रेफसन विधि द्वारा समीकरण $x^3 - 3x - 5 = 0$ का वास्तविक मूल चार दशमलव स्थानों तक ज्ञात कीजिए।

4. Using the following table find the polynomial in term of $(x - 3)$.

| | | | | | |
|------|----|-----|-------|-------|-------|
| X | 5 | 11 | 27 | 34 | 42 |
| f(X) | 23 | 899 | 17315 | 35606 | 68510 |

निम्न सारणी के प्रयोग से $(x - 3)$ की घात वाला अभीष्ट बहुपद ज्ञात कीजिए।

| | | | | | |
|------|----|-----|-------|-------|-------|
| X | 5 | 11 | 27 | 34 | 42 |
| f(X) | 23 | 899 | 17315 | 35606 | 68510 |

5. Prove the following :

(i) $\delta^3 y_{1/2} = y_2 - 3y_1 + 3y_0 - y_{-1}$

(ii) $1 + \frac{\delta^2}{2} \equiv \sqrt{(1 + \delta^2 \mu^2)}$

(iii) $\mu - \frac{\delta}{2} \equiv E^{-1/2}$

(iv) $\mu + \frac{\delta}{2} \equiv E^{1/2}$

निम्न को सिद्ध कीजिए :

$$(i) \quad \delta^3 y_{1/2} = y_2 - 3y_1 + 3y_0 - y_{-1}$$

$$(ii) \quad 1 + \frac{\delta^2}{2} \equiv \sqrt{1 + \delta^2 \mu^2}$$

$$(iii) \quad \mu - \frac{\delta}{2} \equiv E^{-1/2}$$

$$(iv) \quad \mu + \frac{\delta}{2} \equiv E^{1/2}$$

SECTION-B/(खण्ड-ख)

(Short Answer Type Questions)/(लघु उत्तरों वाले प्रश्न)

Note : Section 'B' contains Eight (08) short answer type questions of Four (04) marks each. Learners are required to answer any Four (04) questions only. (4×4=16)

नोट : खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए चार (04) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Prove that :

$$\Delta \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{g(x)\Delta f(x) - f(x)\Delta g(x)}{g(x+h)g(x)}$$

सिद्ध कीजिए कि :

$$\Delta \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{g(x)\Delta f(x) - f(x)\Delta g(x)}{g(x+h)g(x)}$$

2. If $f(0) = -3, f(1) = 6, f(2) = 8, f(3) = 12$ and third finite difference is constant, then find $f(6)$.

यदि $f(0) = -3, f(1) = 6, f(2) = 8, f(3) = 12$ तथा तीसरा अन्तर अचर हो, तो $f(6)$ ज्ञात कीजिए।

3. Express the function, $f(x) = x^4 - 12x^3 + 24x^2 - 30x + 9$, $h = 1$ into the factorial notation.

फलन $f(x) = x^4 - 12x^3 + 24x^2 - 30x + 9, h = 1$ को क्रमगुणित संकेतन में व्यक्त कीजिए।

4. On the basis of following quantities, find the value of y at $x = 23$

| | | | | | | | | |
|----------|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|
| X | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 |
| Y = f(X) | 1 | 8 | 27 | 64 | 125 | 216 | 343 | 512 |

निम्न सारणी के आधार पर y का मान $x = 23$ पर ज्ञात कीजिए।

| | | | | | | | | |
|----------|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|
| X | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 |
| Y = f(X) | 1 | 8 | 27 | 64 | 125 | 216 | 343 | 512 |

5. Prove that :

$$\Delta_{y,z}^2 x^3 = x + y + z$$

सिद्ध कीजिए कि:

$$\Delta_{y,z}^2 x^3 = x + y + z$$

6. Using Sterling's central interpolation formula in the following table find the value of y at $x = 35$

| | | | | |
|--------|-----|-----|-----|-----|
| X | 20 | 30 | 40 | 50 |
| $f(X)$ | 512 | 439 | 346 | 243 |

स्टर्लिंग सूत्र द्वारा निम्नलिखित सारणी से $x = 35$ पर y का मान ज्ञात कीजिए।

| | | | | |
|--------|-----|-----|-----|-----|
| X | 20 | 30 | 40 | 50 |
| $f(X)$ | 512 | 439 | 346 | 243 |

7. Using Simpson 3/8 formulae find the value of $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$. Also

find the value of π .

सिम्पसन के नियम के उपयोग द्वारा $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ का परिकलन कीजिए।

फलतः प्रत्येक स्थिति में π का सन्नीटन मान ज्ञात

8. If $\vec{a} = \sin \theta \hat{i} + \cos \theta \hat{j} + \theta \hat{k}, \vec{b} = \cos \theta \hat{i} - \sin \theta \hat{j} - 3\hat{k}$, the evaluate the value of $\frac{d}{d\theta} [\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})]$ at $\theta = 0$.

यदि $\vec{a} = \sin \theta \hat{i} + \cos \theta \hat{j} + \theta \hat{k}, \vec{b} = \cos \theta \hat{i} - \sin \theta \hat{j} - 3\hat{k}$ और हो, तो $\frac{d}{d\theta} [\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})]$ का $\theta = 0$ पर मान ज्ञात कीजिए।
