

MT-03

Co-ordinate Geometry and Mathematical Programming निर्देशांक ज्यामिति और गणितीय प्रोग्रामिंग

Bachelor of Science (BSC)

1st Year Examination, 2022 (Dec.)

Time : 2 Hours]

[Max. Marks : 35

Note : This paper is of Thirty Five (35) marks divided into two (02) Sections A and B. Attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein.

नोट : यह प्रश्नपत्र पैंतीस (35) अंकों का है जो दो (02) खण्डों के तथा खं में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है।

SECTION-A/(खण्ड-क)

(Long Answer Type Questions)/(दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न)

Note : Section 'A' contains Five (05) long answer type questions of Nine and Half ($9\frac{1}{2}$) marks each. Learners are required to answer any Two (02) questions only.
($2 \times 9\frac{1}{2} = 19$)

नोट : खण्ड 'क' में पाँच (05) दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े नौ ($9\frac{1}{2}$) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Solve the following linear programming problem by simplex method :

$$\text{Minimum, } Z = 6x_1 + 2x_2$$

$$\text{Subject to, } 2x_1 - x_2 \leq 2$$

$$x_1 \leq 4$$

$$\text{And } x_1, x_2 \geq 0$$

निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या का सिम्प्लेक्स विधि द्वारा हल जात करो :

$$\text{निम्नतम, } Z = 6x_1 + 2x_2$$

$$\text{प्रतिबन्ध, } 2x_1 - x_2 \leq 2$$

$$x_1 \leq 4$$

$$\text{एवं } x_1, x_2 \geq 0$$

2. Which conic does the following equation represent ? Find its center and find the equation of the conic with respect to the axes passing through the center.

$$(i) \quad 12x^2 - 23xy + 10y^2 - 25x + 26y - 14 = 0$$

$$(ii) \quad 6x^2 - 5xy - 6y^2 + 14x + 5y + 4 = 0$$

निम्न समीकरण कौन से शांकव को निरूपित करता है? उसका केन्द्र ज्ञात कीजिए तथा केन्द्र से गुजरने वाले अक्षों के सापेक्ष शांकव के समीकरण ज्ञात कीजिए।

$$(i) \quad 12x^2 - 23xy + 10y^2 - 25x + 26y - 14 = 0$$

$$(ii) \quad 6x^2 - 5xy - 6y^2 + 14x + 5y + 4 = 0$$

3. Prove that a plane $ax + by + cz = 0$ cuts a cone $yz + zx + xy$

$$= 0 \text{ in perpendicular lines, if } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0.$$

सिद्ध करो कि समतल $ax + by + cz = 0$ शंकु $yz + zx + xy = 0$

को लम्ब रेखाओं में काटता है, यदि $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$.

4. Find the equation of the generating lines passing through

$$\text{the points } \left(2, -1, \frac{4}{3}\right) \text{ of the hyperboloid } \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1.$$

अतिपरवलयज $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$ के बिन्दु $\left(2, -1, \frac{4}{3}\right)$ के गुजरने

वाले जनक रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए।

5. Four machine are to be assigned 5 jobs whose cost matrix is as follows, find the minimum cost assignment.

	A	B	C	D
I	9	7	6	2
II	6	6	7	6
III	5	3	4	4
IV	4	2	5	9
V	2	8	3	9

चार मशीनों को 5 कार्य निर्दिष्ट करने हैं जिनकी लागत मैट्रिक्स निम्न है, न्यूनतम लागत नियतन ज्ञात कीजिए।

	A	B	C	D
I	9	7	6	2
II	6	6	7	6
III	5	3	4	4
IV	4	2	5	9
V	2	8	3	9

SECTION-B/(खण्ड-ख)

(Short Answer Type Questions)/(लघु उत्तरों वाले प्रश्न)

Note : Section 'B' contains Eight (08) short answer type questions of Four (04) marks each. Learners are required to answer any Four (04) questions only. $(4 \times 4 = 16)$

नोट : खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए चार (04) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Find the general equation of a conic section.

शंकव परिच्छेद का व्यापक समीकरण ज्ञात करो।

2. Find the center and radius of the circle

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 4z = 11, x + 2y + 2z = 15.$$

व्रत $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 4z = 11, x + 2y + 2z = 15$ का केन्द्र व त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

3. If two spheres of radii r_1 and r_2 intersect orthogonally, then

prove that the radius of the common circle will be $\frac{r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2}}$.

यदि r_1 और r_2 त्रिज्याओं के दो गोले लाभिक रूप से काटते हैं,

तो सिद्ध करो कि उभयनिष्ठ वृत्त की त्रिज्या $\frac{r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2}}$ होगी।

4. If $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$, is one of the three mutually perpendicular generators of the conic $5yz - 8zx - 3xy = 0$, then find the equation of the other two generators.

यदि $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$, शंकु $5yz - 8zx - 3xy = 0$ के तीन परस्पर लम्ब जनकों में से एक हो, तो अन्य दो जनकों के समीकरण ज्ञात कीजिए।

5. Find the equation of the right circular cylinder whose radius is 4 and the equation of the axis is $\frac{x-3}{4} = \frac{y-4}{5} = \frac{5-z}{-6}$.

उस लम्बवृतीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या

$$4 \text{ और अक्ष का समीकरण है } \frac{x-3}{4} = \frac{y-4}{5} = \frac{5-z}{-6}.$$

6. Find the equation of the polar line of the line $-2x = 25y - 1 = 2z$ with respect to the conicoid $2x^2 - 25y^2 + 2z^2 = 1$.

शांकवज $2x^2 - 25y^2 + 2z^2 = 1$ के सापेक्ष रेखा $-2x = 25y - 1 = 2z$ की ध्रुवीय रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

7. Using the graphical method solve the following linear programming.

$$\text{Maximum, } z = 45x + 55y$$

$$\text{Subject to, } 6x + 4y \leq 120$$

$$3x + 10y \leq 180$$

$$\text{And } x, y \geq 0$$

लेखाचित्र विधि से निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए।

$$\text{अधिकतम, } z = 45x + 55y$$

$$\text{प्रतिबन्ध, } 6x + 4y \leq 120$$

$$3x + 10y \leq 180$$

$$\text{एवं } x, y \geq 0$$

8. Find the duality of the following linear programming problem :

$$\text{Minimum, } z_P = 60x_1 + 50x_2$$

$$\text{Subject to, } x_1 + 2x_2 \leq 40$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 60$$

$$\text{And } x_1, x_2 \geq 0$$

निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या के संगत द्वृती समस्या ज्ञात करो :

$$\text{निम्नतम, } z_P = 60x_1 + 50x_2$$

$$\text{प्रतिबन्ध, } x_1 + 2x_2 \leq 40$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 60$$

$$\text{एवं } x_1, x_2 \geq 0$$
