

S-60

Total Pages : 5

Roll No.

MT-02

Calculus and Differential Equation

कलन एवं अवकलन समीकरण

Bachelor of Science (BSC)

1st Year Examination, 2022 (Dec.)

Time : 2 Hours]

[Max. Marks : 35

Note : This paper is of Thirty Five (35) marks divided into two (02) Sections A and B. Attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein.

नोट : यह प्रश्नपत्र पैंतीस (35) अंकों का है जो दो (02) खण्डों क तथा ख में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है।

SECTION-A/(खण्ड-क)

(Long Answer Type Questions)/(दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न)

Note : Section 'A' contains Five (05) long answer type questions of Nine and Half (9½) marks each. Learners are required to answer any Two (02) questions only.

(2×9½=19)

S-60 / MT-02

[P.T.O.

नोट : खण्ड 'क' में पाँच (05) दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े नौ (9½) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Show that the integral :

$$\iiint dx dy dz = \frac{4}{3} \pi abc.$$

दर्शाइए की समाकलन :

$$\iiint dx dy dz = \frac{4}{3} \pi abc.$$

2. If $u = \sin^{-1} \left(\frac{x^2 + y^2}{x + y} \right)$, then show that $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \tan u$.

यदि $u = \sin^{-1} \left(\frac{x^2 + y^2}{x + y} \right)$, तो दर्शाइए $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \tan u$.

3. Prove that :

$$\frac{B(m+1, n)}{B(m, n)} = \frac{m}{m+n}.$$

सिद्ध कीजिए :

$$\frac{B(m+1, n)}{B(m, n)} = \frac{m}{m+n}.$$

4. Solve :

$$x \frac{dy}{dx} + y = y^2 \log x.$$

हल कीजिए :

$$x \frac{dy}{dx} + y = y^2 \log x.$$

5. Find the value of $\iint (x^2 + y^2) dx dy$ on the area covered by

the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

दीर्घ वृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ द्वारा घिरे हुए क्षेत्र पर $\iint (x^2 + y^2) dx dy$

का मान ज्ञात कीजिए।

SECTION-B/(खण्ड-ख)

(Short Answer Type Questions)/(लघु उत्तरों वाले प्रश्न)

Note : Section 'B' contains Eight (08) short answer type questions of Four (04) marks each. Learners are required to answer any Four (04) questions only. (4×4=16)

नोट : खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए चार (04) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Find the value of $\frac{ds}{dx}$ for the curve $3ay^2 = x(x-a)^2$.

वक्र $3ay^2 = x(x-a)^2$ के लिए $\frac{ds}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

2. Find the curvature at the point $\left(\frac{3a}{2}, \frac{3a}{2}\right)$ of curve

$$x^3 + y^3 = 3axy.$$

वक्र $x^3 + y^3 = 3axy$ के बिंदु $\left(\frac{3a}{2}, \frac{3a}{2}\right)$ पर वक्रता ज्ञात कीजिए।

3. Find the pedal equation of the parabola $y^2 = 4a(x+a)$.

परवलय $y^2 = 4a(x+a)$ का पेडल समीकरण ज्ञात कीजिए।

4. Find the asymptotes of the curve

$$4x^3 - x^2y - 4xy^2 + y^3 + 3x^2 + 2xy - y^2 - 7 = 0.$$

वक्र $4x^3 - x^2y - 4xy^2 + y^3 + 3x^2 + 2xy - y^2 - 7 = 0$ के

अनंतस्पर्शी ज्ञात कीजिए।

5. Find the minimum value of $x^2 + y^2 + z^2$ when

$$x + y + z = 3a.$$

$x^2 + y^2 + z^2$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए, जबकि

$$x + y + z = 3a.$$

6. Find the envelope of the straight lines

$$\left(\frac{x}{a}\right)\cos\theta + \left(\frac{y}{b}\right)\sin\theta = 1.$$

सरल रेखा $\left(\frac{x}{a}\right)\cos\theta + \left(\frac{y}{b}\right)\sin\theta = 1$ का अन्वेलोपे ज्ञात कीजिए,
जबकि θ प्राचल है।

7. Trace the curve.

$$y^3 + x^3 = a^2x.$$

वक्र का अनुरेखण कीजिए।

$$y^3 + x^3 = a^2x.$$

8. Find the area of asteroid $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$.

एस्टेरोइड $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
