

S-59

Total Pages : 6

Roll No.

MT-01

Discrete Mathematics

विविक्त गणित

Bachelor of Science (BSC)

Ist Year Examination, 2022 (Dec.)

Time : 2 Hours]

[Max. Marks : 35

Note : This paper is of Thirty Five (35) marks divided into two (02) Sections A and B. Attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein.

नोट : यह प्रश्नपत्र पैंतीस (35) अंकों का है जो दो (02) खण्डों क तथा ख में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है।

SECTION-A/(खण्ड-क)

(Long Answer Type Questions)/(दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न)

Note : Section 'A' contains Five (05) long answer type questions of Nine and Half ($9\frac{1}{2}$) marks each. Learners are required to answer any Two (02) questions only.

($2 \times 9\frac{1}{2} = 19$)

नोट : खण्ड 'क' में पाँच (05) दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े नौ (9½) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Prove that the duality of POSET is also POSET.

सिद्ध कीजिए की पौसेट के द्वेत्ति भी पौसेट होता है।

2. If G is a group, prove that then :

(a) The identity of G is unique.

(b) For every $a \in G$, a^{-1} is unique.

(c) $((-a)^{-1})^{-1} = a$ is unique, for every $a \in G$.

(d) $(ab)^{-1} = b^{-1} a^{-1}$ for every $a, b \in G$.

यदि G समूह है, सिद्ध कीजिए कि तब :

(क) G का तत्समक अद्वितीय होता है।

(ख) प्रत्येक के $a \in G$ लिए a^{-1} अद्वितीय होता है।

(ग) $((-a)^{-1})^{-1} = a$ अद्वितीय होता है, प्रत्येक $a \in G$ के लिए।

(घ) $(ab)^{-1} = b^{-1} a^{-1}$ प्रत्येक $a, b \in G$ के लिए।

3. State and prove Duality principle in Boolean algebra.

बूलियन बीजगणित में द्वैत सिद्धांत को परिभाषित और सिद्ध कीजिए।

4. Find the sum of $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + r^2$.

$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + r^2$ के योगफल ज्ञात कीजिए।

5. Prove that A connected graph G is a Euler graph if and only if the degree of every vertex in G is even.

सिद्ध कीजिए कि एक सम्बन्ध ग्राफ G एक आयलर ग्राफ है यदि और यदि केवल G में प्रत्येक शीर्ष एक सैम शीर्ष है।

SECTION-B/(खण्ड-ख)

(Short Answer Type Questions)/(लघु उत्तरों वाले प्रश्न)

Note : Section 'B' contains Eight (08) short answer type questions of Four (04) marks each. Learners are required to answer any Four (04) questions only. (4×4=16)

नोट : खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए चार (04) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. If A, B and C are sets. Prove that.

(a) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$.

(b) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$.

माना A, B तथा C दो समुच्चय हैं। सिद्ध कीजिए कि :

(क) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$.

(ख) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$.

2. How many words (meaningful or meaningless) can be formed from the letters of the word RAIPUR while :

- (a) All letters are to be used.
- (b) 1 is used and 4 letter words are to be made.
- (c) The letter R is always used a words of 5 letters are to be made.

RAIPUR शब्द के अक्षरों से कुल कितने शब्द (सार्थक या निरर्थक) बन सकते हैं जबकि :

- (क) सभी अक्षरों को प्रयुक्त करना है।
- (ख) 1 का प्रयोग ही करना एवं 4 अक्षरों के शब्द बनाने हैं।
- (ग) R अक्षर सदैव प्रयुक्त हो एवं 5 अक्षरों के शब्द बनाने हैं।

3. Prove that :

(a) $a^*(ab)^*[a^*(ab)^*]^* = (a + ab)^*$.

(b) $(b + aa^*b) + (b + aa^*b)(a + ba^*b)(a + ba^*b)$
 $= a^*b(a + ba^*b)^*$

सिद्ध कीजिए :

(क) $a^*(ab)^*[a^*(ab)^*]^* = (a + ab)^*$.

(ख) $(b + aa^*b) + (b + aa^*b)(a + ba^*b)(a + ba^*b)$
 $= a^*b(a + ba^*b)^*$

4. Define finite state machine and finite state automata.

परिमित अवस्था मशीन और परिमित अवस्था ऑटोमेटा को परिभाषित कीजिए।

5. Represent the following expressions in the form of a switching circuit :

(a) $(x + y').x$

(b) $[x(y.z) + (y'.z)] + (x, y', z).$

निम्नलिखित व्यंजकों को स्विचन परिपथ के रूप में दर्शाएं :

(क) $(x + y').x$

(ख) $[x(y.z) + (y'.z)] + (x, y', z).$

6. Solve homogeneous linear recurrence relation :

$$a_r - 6a_{r-1} + 11a_{r-2} - 6a_{r-3} = 0$$

$$r \geq 3, a_0 = 1, a_1 = 2, a_2 = 6$$

समघात रेखिक पुनरावृत्ति सम्बन्धों को हल कीजिए :

$$a_r - 6a_{r-1} + 11a_{r-2} - 6a_{r-3} = 0$$

$$r \geq 3, a_0 = 1, a_1 = 2, a_2 = 6$$

7. Prove that if a simple graph G on n vertices has the k relation factor $K \geq 1$, then the number of edges in G cannot exceed $\frac{1}{2}(n-k)(n-k+1)$.

सिद्ध कीजिए कि यदि n शीर्षों पर सरल ग्राफ G में k सम्बन्ध घटक $K \geq 1$ है, तब G में कोरों की संख्या $\frac{1}{2}(n-k)(n-k+1)$ से अधिक नहीं हो सकती।

8. Discuss types of Directed Graph.

दिष्ट ग्राफ के प्रकारों पर चर्चा करें।
