

MT-08
Complex Analysis

समिश्र विश्लेषण

Bachelor of Science (Bsc-12/16)
Third Year, Examination-2019

Time: 3 Hours

Max. Marks: 40

.....
Note:- This paper is of Forty (40) marks divided into two (02) Section A and B. Attempt the question contained in these sections according to the detailed instructions given therein.

नोट:- यह प्रश्न-पत्र चालीस (40) अंकों का है जो दो (02) खण्डों 'क' तथा 'ख' में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार इन प्रश्नों को हल करना है।

Section-A (खण्ड-क)

(Long Answer Type Question) (दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

Note:- Section - A contains Three (03) long answer-type questions of Ten (10) marks each. Learners are required to answer any Two (02) questions only. (2×10=20)

नोट:- खण्ड 'क' में तीन (03) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए दस (10) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Show that $\left| \frac{z-1}{z+1} \right| = \text{constant}$ and $\text{amp} \left(\frac{z-1}{z+1} \right) = \text{constant}$ are two orthogonal circles.

सिद्ध कीजिए कि $\left| \frac{z-1}{z+1} \right| = \text{अचर}$ तथा कोणांक $\left(\frac{z-1}{z+1} \right)$ अचर, दो लम्ब कोणीय वृत्त है।

2. State and prove Heine Borel theorem.

हेन बोरेल प्रमेय का कथन लिखिए तथा सिद्ध कीजिए।

3. State and prove Cauchy's integral formula.

कोशी समाकलन सूत्र का कथन लिखिए स्व सिद्ध कीजिए।

Section-B (खण्ड-ख)

(Short Answer Type Question) (लघु उत्तरीय प्रश्न)

Note:- Section-B contains six (06) short answer type questions of five (05) marks each. Learners are required to answer any four (04) questions only. (5×4=20)

नोट:- खण्ड 'ख' में छः (06) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं।
प्रत्येक प्रश्न के लिए पाँच (05) अंक निर्धारित हैं।
शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर
देने हैं।

1. Find amplitude of $\frac{3+2i}{3-2i}$

$\frac{3+2i}{3-2i}$ का कोणांक ज्ञात कीजिए।

2. Show that $f(z) = \bar{z}$ is not differentiable at any point.

सिद्ध कीजिए कि $f(z) = \bar{z}$ कसी भी बिन्दु पर अवकलनीय नहीं है।

3. Show that $u = x^3 - 3xy^2$ is a harmonic function.

सिद्ध कीजिए $u = x^3 - 3xy^2$ एक प्रसवादी फलन है।

4. Find the radius of convergence of the power series.

$$\sum (\log n)^n z^n$$

घात श्रेणी $\sum (\log n)^n z^n$ की अभिसरण त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

5. Find bilinear transformation which mapped the points $z = 0, i, \infty$ on $w = \infty, i, 0$.

वह द्विरैखिक रूपान्तरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं $z = 0, i, \infty$ को $w = \infty, i, 0$ में प्रतिचित्रित कीजिए।

6. Find value of

$$\int_{|z|=2} \frac{9z^2 - iz + 4}{z^2(z^2 + 1)} dz$$

ज्ञात कीजिए -

$$\int_{|z|=2} \frac{9z^2 - iz + 4}{z^2(z^2 + 1)} dz$$