

MT-06
Numerical Analysis & Vector
Calculus

संख्यात्मक विश्लेषण एवं सदिश कलन
Bachelor of Science (Bsc-12/16)
Second Year, Examination-2019

Time: 3 Hours

Max. Marks: 40

.....
Note:- This paper is of Forty (40) marks divided into two (02) Section A and B. Attempt the question contained in these sections according to the detailed instructions given therein.

नोट:- यह प्रश्न-पत्र चालीस (40) अंकों का है जो दो (02) खण्डों 'क' तथा 'ख' में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार इन प्रश्नों को हल करना है।

Section-A (खण्ड-क)

(Long Answer Type Question) (दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

Note:- Section - A contains Three (03) long answer-type questions of Ten (10) marks each. Learners are required to answer any Two (02) questions only. (2×10=20)

नोट:- खण्ड 'क' में तीन (03) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए दस (10) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. To show that $\Delta^n x^{(n)} = \ln h^n$ and $\Delta^{n+1} x^{(n)} = 0$
दिखाइए कि $\Delta^n x^{(n)} = \ln h^n$ and $\Delta^{n+1} x^{(n)} = 0$
2. Taking fifth order differences of U_x to be constant and given $U_0, U_1, U_2, U_3, U_4, U_5$

$$\text{Prove that } U_{5/2} = c/2 + \frac{25(c-b)+3(a-c)}{256}$$

$$\text{Where } a = U_0 + U_5, b = U_1 + U_4, c = U_2 + U_3$$

U_x के पाँचवें क्रमों का अंतर लेने पर नियत हो जिनमें दिये हैं $U_0, U_1, U_2, U_3, U_4, U_5$ तो सिद्ध कीजिए कि

$$U_{5/2} = c/2 + \frac{25(c-b)+3(a-c)}{256}$$

$$\text{जहाँ } a = U_0 + U_5, b = U_1 + U_4, c = U_2 + U_3$$

3. Evaluate $\int_c \vec{f} \cdot d\vec{r}$ where

$$\vec{f} = (2x + y)i + (2y - x)j + yz k$$

and c is the curve $x = 2t^2, y = t, z = t^3$ from $t = 0$ to $t = 1$

$\int_c \vec{f} \cdot d\vec{r}$ का मूल्यांकन कीजिए जहाँ

$$\vec{f} = (2x + y)i + (2y - x)j + yz k \text{ तथा}$$

$x = 2t^2, y = t, z = t^3, t = 0$ to $t = 1$ तक वक्र c है।

Section-B (खण्ड-ख)

(Short Answer Type Question) (लघु उत्तरीय प्रश्न)

Note:- Section-B contains six (06) short answer type questions of five (05) marks each. Learners are required to answer any four (04) questions only. (5×4=20)

नोट:- खण्ड 'ख' में छः (06) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए पाँच (05) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Show that $E = e^{hD}$ where

$$D = \frac{1}{h} \left[\Delta - \frac{\Delta^2}{2} + \frac{\Delta^3}{3} - \dots \right]$$

दिखाइये कि $E = e^{hD}$ जहाँ $D = \frac{1}{h} \left[\Delta - \frac{\Delta^2}{2} + \frac{\Delta^3}{3} - \dots \right]$

2. Show that $\sum_{k=0}^{n-1} \Delta^2 f_k = \Delta f_n - \Delta f_0$

दिखाइये कि $\sum_{k=0}^{n-1} \Delta^2 f_k = \Delta f_n - \Delta f_0$

3. Prove that (सिद्ध कीजिए कि)

$$\Delta \nabla = \nabla \Delta = \Delta - \nabla = \delta^2$$

4. If $\vec{r} = \vec{a} e^{nt} + \vec{b} e^{-nt}$, where \vec{a} and \vec{b} are constant vectors, show that

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} - n^2 \vec{r} = 0$$

यदि $\vec{r} = \vec{a} e^{nt} + \vec{b} e^{-nt}$ जहाँ \vec{a} और \vec{b} नियत संदिश है, दिखाइये कि $\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} - n^2\vec{r} = 0$

5. Find $f^1(5)$ from the following table.

x	0	2	3	4	7	9
f(x)	4	26	58	112	466	922

निम्न तालिक से $f^1(5)$ ज्ञात कीजिए

x	0	2	3	4	7	9
f(x)	4	26	58	112	466	922

6. Prove that $\text{div} \left[\frac{f(r)}{r} \vec{r} \right] = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 f(r))$

सिद्ध कीजिए कि $\text{div} \left[\frac{f(r)}{r} \vec{r} \right] = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 f(r))$