

## MT-02

### Calculus and differential equation

कलन एवं अवकलन समीकरण

Bachelor of Science (Bsc-12/16)

First Year, Examination-2019

**Time: 3 Hours**

**Max. Marks: 40**

.....  
Note:- This paper is of Forty (40) marks divided into two (02) Section A and B. Attempt the question contained in these sections according to the detailed instructions given therein.

नोट:- यह प्रश्न-पत्र चालीस (40) अंकों का है जो दो (02) खण्डों 'क' तथा 'ख' में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार इन प्रश्नों को हल करना है।

Section-A (खण्ड-क)

(Long Answer Type Question) (दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

Note:- Section - A contains Three (03) long answer-type questions of Ten (10) marks each. Learners are required to answer any Two (02) questions only. (2×10=20)

नोट:- खण्ड 'क' में तीन (03) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए दस (10) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. (a) Check convergency of the series

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{\ln n}$$

श्रेणी  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{\ln n}$  के अभिसरण का परीक्षण कीजिए।

- (b) Find  $ds/dx$  for the curve

$$x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$$

वक्र  $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$  के लिए  $ds/dx$  ज्ञात कीजिए।

2. If  $u = \log (y \sin x + x \sin y)$  then show that

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}$$

यदि  $u = \log (y \sin x + x \sin y)$  हो तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}$$

3. (a) Find envelop of the family of ellipse.

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \text{ When } a^n + b^n = c^n$$

दीर्घवत्तो  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  के कुल का अन्वालोप ज्ञात कीजिए जबकि  $a^n + b^n = c^n$

(b) Solve the differential equation

$$2xy \, dy = (x^2 + y^2) \, dx.$$

अवकलन समीकरण  $2xy \, dy = (x^2 + y^2) \, dx$  को हल कीजिए।

### Section-B (खण्ड—ख)

(Short Answer Type Question) (लघु उत्तरीय प्रश्न)

Note:- Section-B contains six (06) short answer type questions of five (05) marks each. Learners are required to answer any four (04) questions only. (5×4=20)

नोट:— खण्ड 'ख' में छः (06) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए पाँच (05) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Find pedal equation of the circle

$$x^2 + y^2 - 2ax = 0$$

वृत्त  $x^2 + y^2 - 2ax = 0$  का पदिक समीकरण ज्ञात कीजिए।

2. If  $u = \log \left( \frac{x^3+y^3}{x^2+y^2} \right)$  then

prove that  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 1$

यदि  $u = \log \left( \frac{x^3+y^3}{x^2+y^2} \right)$  तो सिद्ध कीजिए

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 1$$

3. Show that in a cone of given slant height and maximum volume half vertical angle is  $\tan^{-1} \sqrt{2}$ .

सिद्ध कीजिए कि दी हुयी त्रिकर्क ऊँचाई और अधिकतम आयतन वाले शंकु का अर्द्धशीर्ष कोण  $\tan^{-1} \sqrt{2}$  होता है।

4. Find the asymptotes of the curve  $(x - 2y)^2 (x - y) - 4y (x - 2y) - (8x + 7y) = 0$

वक्र  $(x - 2y)^2 (x - y) - 4y (x - 2y) - (8x + 7y) = 0$  के अनन्तस्पर्शी ज्ञात कीजिए।

5. Find complete area of the curve  $r^2 = a^2 \cos 2\theta$

वक्र  $r^2 = a^2 \cos 2\theta$  का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

6. Show that

$$\beta(m, n) = \beta(n, m)$$

सिद्ध कीजिए।

$$\beta(m, n) = \beta(n, m).$$

\*\*\*\*\*