Roll No. …………………..

MT–06

Numerical Analysis and Vector Calculus

संख्यात्मक विश्लेषण एवं सदिश कलन

Bachelor of Science (BSC–12/16)

Second Year, Examination, 2018

Time : 3 Hours **Max. Marks : 40**

Note : This paper is of **forty (40)** marks containing **three (03)** Sections A, B and C. Learners are required to attempt the questions contained in these Sections according to the detailed instructions given therein.

नोट : यह प्रश्न पत्र चालीस (40) अंकों का है जो तीन (03) खण्डों 'क', 'ख' तथा 'ग' में विभाजित है। शिक्षार्थियों को इन खण्डों में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

Section–A / खण्ड–क

(Long Answer Type Questions) / (दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

Note : Section 'A' contains four (04) long answer type questions of nine and half ($9\frac{1}{2}$) marks each. Learners are required to answer *two* (02) questions only.

नोट : खण्ड 'क' में चार (04) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े नौ ($9\frac{1}{2}$) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Using Lagrange formula find value of f (10) from the following table :

x	$f(x)$
5	12
6	13
9	14
11	16

निम्नलिखित सारणी से f (10) का मान लंग्राज सूत्र द्वारा ज्ञात कीजिए :

x	$f(x)$
5	12
6	13
9	14
11	16

2. Solve the following differential equation by Picard method :

$$\frac{dy}{dx} = 1 - 2xy$$

where $y(0) = 0$.

पिकार्ड की विधि द्वारा निम्नलिखित अवकल समीकरण का हल ज्ञात कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = 1 - 2xy$$

जहाँ $y(0) = 0$ ।

3. Find $\iint_S \vec{F}\cdot\hat{n}\, dS$ where $\vec{F} = (x + y^2)\hat{i} + 2x\hat{j} + 2yz\hat{k}$ and S is first octant of the plane $2x + y + 2z = 6$.

समाकलन $\iint_S \vec{F}\cdot\hat{n}\, dS$ का मान ज्ञात कीजिए जहाँ $\vec{F} = (x + y^2)\hat{i} + 2x\hat{j} + 2yz\hat{k}$ तथा S समतल $2x + y + 2z = 6$ का प्रथम अष्टांक में स्थित पृष्ठ है।

4. Prove that :

$$\nabla^2\left(\frac{x}{r^3}\right) = 0$$

सिद्ध कीजिए कि :

$$\nabla^2\left(\frac{x}{r^3}\right) = 0$$

Section–B / खण्ड–ख

(Short Answer Type Questions) / (लघु उत्तरीय प्रश्न)

Note : Section 'B' contains eight (08) short answer type questions of four (04) marks each. Learners are required to answer *four* (04) questions only.

नोट : खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए चार (04) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Show that :

$$\left(\frac{\Delta^2}{E}\right)x^3 = 6x,\ h = 1$$

सिद्ध कीजिए :

$$\left(\frac{\Delta^2}{E}\right)x^3 = 6x, h = 1$$

2. Using Newton's divided difference formula find $f(x)$ at $x = 2$ using the following table :

x	$f(x)$
0	8
1	68
8	123

निम्नलिखित सारणी में दिये गये मानों की सहायता से न्यूटन विभाजित अन्तर सूत्र के प्रयोग द्वारा $x = 2$ पर $f(x)$ का मान ज्ञात कीजिए :

x	$f(x)$
0	8
1	68
8	123

3. Find $\frac{dy}{dx}$ at $x = .4$ using the following table :

x	y
.1	1.10517
.2	.122140
.3	1.34986
.4	1.49182

निम्नलिखित सारणी से $x = .4$ पर $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए :

x	y
.1	1.10517
.2	.122140
.3	1.34986
.4	1.49182

4. Using Simpson's one-third rule find $\int_0^4 e^x dx$ using the following data :

$e = 2.72,\ e^2 = 7.39,\ e^3 = 20.09,\ e^4 = 54.60$

दिये गये आँकड़ों से निम्नलिखित समीकरण का एक-तिहाई नियम द्वारा मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^4 e^x dx$$

जहाँ $e = 2.72,\ e^2 = 7.39,\ e^3 = 20.09,\ e^4 = 54.60$

5. If $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are constant vectors, n is a constant and vector $\vec{r}$ is function of t scalar, then show that if $\vec{r} = (\cos nt\ \vec{a}) + (\sin nt)\ \vec{b}$, then prove that :

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + n^2 \vec{r} = 0$$

यदि $\vec{a}$ और $\vec{b}$ अचर सदिश है, n कोई अचर राशि हो और सदिश $\vec{r}$, अदिश चर t का फलन है तथा $\vec{r} = (\cos nt\, \vec{a}) + (\sin nt)\, \vec{b}$, हो तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + n^2 \vec{r} = 0$$

6. Find :

$$\int \left(\vec{r} \times \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} \right) dt$$

ज्ञात कीजिए :

$$\int \left(\vec{r} \times \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} \right) dt$$

7. IF $\vec{a}$ is constant vector, then prove that :

$$\operatorname{div} \left[r^n (\vec{a} \times \vec{r}) \right] = 0$$

यदि $\vec{a}$ एक अचर सदिश हो तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\operatorname{div} \left[r^n (\vec{a} \times \vec{r}) \right] = 0$$

8. Show that :

$$\text{curl}\left(\frac{\vec{r}}{r^2}\right) = 0$$

सिद्ध कीजिए कि :

$$\text{curl}\left(\frac{\vec{r}}{r^2}\right) = 0$$

Section–C / खण्ड–ग

(Objective Type Questions) / (वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

Note : Section 'C' contains ten (10) objective type questions of half $\left(\frac{1}{2}\right)$ mark each. All the questions of this section are compulsory.

नोट : खण्ड 'ग' में दस (10) वस्तुनिष्ठ प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए आधा $\left(\frac{1}{2}\right)$ अंक निर्धारित है। इस खण्ड के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

Fill in the blanks :

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

1. $\Delta^n x^{(n)} =$ ....

2. $\Delta^2 o^5 =$ ....

3. $\Delta\ [\lambda f(x) + \mu g(x)] =$ ....

4. $\mu + \frac{\delta}{2} \equiv E^{-}$

5. Simpson's three eighth rule is ....
   सिम्पसन अष्टक्रम $\frac{3}{8}$ का नियम .... है।

6. $\frac{d}{dt}(\vec{a}\,.\,\vec{b}) =$ ....

7. grad r = ...

8. div $\vec{r}$ = ...

9. div $\hat{r}$ = ...

10. curl $\vec{a}$ = ...