

Roll No.

MT-02

Calculus and Differential Equation

(कलन एवं अवकल समीकरण)

Bachelor of Science (BSC-12/16)

First Year, Examination, 2018

Time : 3 Hours

Max. Marks : 40

Note : This paper is of **forty (40)** marks containing **three (03)** Sections A, B and C. Learners are required to attempt the questions contained in these Sections according to the detailed instructions given therein.

नोट : यह प्रश्न पत्र चालीस (40) अंकों का है जो तीन (03) खण्डों 'क', 'ख' तथा 'ग' में विभाजित है। शिक्षार्थियों को इन खण्डों में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

Section-A / खण्ड-क

(Long Answer Type Questions) / (दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

Note : Section 'A' contains four (04) long answer type questions of nine and half ($9\frac{1}{2}$) marks each. Learners are required to answer two (02) questions only.

(B-68) P. T. O.

नोट : खण्ड 'क' में चार (04) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं।
प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े नौ ($9\frac{1}{2}$) अंक निर्धारित हैं।
शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Show that the hyper-harmonic series $\sum \frac{1}{n^p}$ is convergent if $p > 1$ and divergent if $p \leq 1$.

सिद्ध कीजिए कि हाइपर-हॉमोनिक श्रेणी $\sum \frac{1}{n^p}$, $p > 1$ के लिए अभिसारी तथा $p \leq 1$ के लिए अपसारी होती है।

2. If $u = \tan^{-1} \left(\frac{x^3 + y^3}{x - y} \right)$, then prove that :

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u$$

यदि $u = \tan^{-1} \left(\frac{x^3 + y^3}{x - y} \right)$, तब सिद्ध कीजिए कि :

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u$$

3. The cardioid $r = a(1 + \cos \theta)$ revolves about the initial line. Find the surface area of the solid thus generated.

कार्डिऑइड $r = a(1 + \cos \theta)$ को प्रारम्भिक रेखा के सापेक्ष घुमाने पर बने ठोस का पृष्ठ ज्ञात कीजिए।

4. Solve :

$$y \sin 2x \, dx - (1 + y^2 + \cos^2 x) \, dy = 0$$

हल कीजिए :

$$y \sin 2x \, dx - (1 + y^2 + \cos^2 x) \, dy = 0$$

Section-B / खण्ड-ख

(Short Answer Type Questions) / (लघु उत्तरीय प्रश्न)

Note : Section 'B' contains eight (08) short answer type questions of four (04) marks each. Learners are required to answer *four* (04) questions only.

नोट : खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए चार (04) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Expand $\sin x$ by Maclaurin's series.

$\sin x$ का मैक्लोरिन श्रेणी से प्रसार कीजिए।

2. For any curve prove that :

$$\frac{1}{p^2} = u^2 + \left(\frac{du}{d\theta} \right)^2, \text{ where } u = \frac{1}{r}$$

किसी वक्र के लिए सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{1}{p^2} = u^2 + \left(\frac{du}{d\theta} \right)^2, \text{ जहाँ } u = \frac{1}{r} \text{ है।}$$

3. Show that for equiangular spiral $r = a e^{\theta \cot \alpha}$, $\rho = r \operatorname{cosec} \alpha$, where ρ is radius of curvature.

सिद्ध कीजिए कि समानकोणिक सर्पिल $r = a e^{\theta \cot \alpha}$ के लिए $\rho = r \operatorname{cosec} \alpha$, जहाँ ρ वक्रता त्रिज्या है।

4. Find Maxima or Minima for $f(x) = \sin x + \cos 2x$ if exist.

$f(x) = \sin x + \cos 2x$ के लिए उच्चिष्ठ तथा निम्निष्ठ (यदि हों तो) ज्ञात कीजिए।

5. Find asymptotes of :

$$x^3 + 2x^2y - xy^2 - 2y^3 + xy - y^2 = 1$$

वक्र :

$$x^3 + 2x^2y - xy^2 - 2y^3 + xy - y^2 = 1$$

के अनन्तस्पर्शियों को ज्ञात कीजिए।

6. Sketch the curve :

$$r^2 = a^2 \cos 2\theta$$

वक्र :

$$r^2 = a^2 \cos 2\theta$$

का अनुरेखण कीजिए।

7. Find the value of :

$$\int_1^2 \int_0^x \frac{dx dy}{x^2 + y^2}$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_1^2 \int_0^x \frac{dx dy}{x^2 + y^2}$$

8. Prove that :

$$\int_0^1 \left(\log \frac{1}{x} \right)^{n-1} dx = \frac{1}{n}$$

सिद्ध कीजिए कि :

$$\int_0^1 \left(\log \frac{1}{x} \right)^{n-1} dx = \frac{1}{n}$$

Section-C / खण्ड-ग

(Objective Type Questions) / (वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

Note : Section 'C' contains ten (10) objective type questions of half $\left(\frac{1}{2}\right)$ mark each. All the questions of this Section are compulsory.

नोट : खण्ड 'ग' में दस (10) वस्तुनिष्ठ प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए आधा $\left(\frac{1}{2}\right)$ अंक निर्धारित है। इस खण्ड के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

Fill in the blanks :

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

1. Absolute convergent series is always

निपेक्ष अभिसारी श्रेणी हमेशा होगी।

2. First term in expansion of $\sin x$ is

$\sin x$ के प्रसार में पहला पद होगा।

3. Curve $x^4 + 4x^2 + 9y = 10$ is symmetric about axis of

वक्र $x^4 + 4x^2 + 9y = 10$ अक्ष के परितः सममित होगा।

4. Formula for $\frac{ds}{d\theta}$ is

$\frac{ds}{d\theta}$ ज्ञात करने का सूत्र होगा।

5. Value of ${}_3\bar{1}$ is

${}_3\bar{1}$ का मान होगा।

6. Formula ${}_n\bar{1} \mid 1 - n = \dots\dots\dots$

सूत्र ${}_n\bar{1} \mid 1 - n = \dots\dots\dots$ ।

7. Integrating factor for $\frac{dy}{dx} + Py = Q$ is

$\frac{dy}{dx} + Py = Q$ का समाकलन गुणक होगा।

8. Formula $\tan \phi = \dots\dots\dots$

सूत्र $\tan \phi = \dots\dots\dots$ ।

9. Value of $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y}$ for $u = \frac{x^2 + y^2}{2xy}$ is

$u = \frac{x^2 + y^2}{2xy}$ के लिए $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y}$ का मान होगा।

10. Curve $x = a(\theta + \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$ is called

वक्र $x = a(\theta + \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$ कहलाता है।