MT–06

Numerical Analysis & Vector Calculus

(संख्यात्मक विश्लेषण एवं सदिश कलन)

Bachelor of Science (BSC–12/16)

Second Year, Examination, 2017

Time : 3 Hours **Max. Marks : 40**

Note : This paper is of **forty (40)** marks containing **three (03)** Sections A, B and C. Learners are required to attempt the questions contained in these Sections according to the detailed instructions given therein.

नोट : यह प्रश्न पत्र चालीस (40) अंकों का है जो तीन (03) खण्डों 'क', 'ख' तथा 'ग' में विभाजित है। शिक्षार्थियों को इन खण्डों में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

Section–A / खण्ड–क

(Long Answer Type Questions) / (दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

Note : Section 'A' contains four (04) long answer type questions of nine and half ($9\frac{1}{2}$) marks each. Learners are required to answer *two* (02) questions only.

नोट : खण्ड 'क' में चार (04) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े नौ ($9\frac{1}{2}$) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Find the real root of the equation $x^3 - 3x - 5 = 0$ till four places of decimal by Newton-Raphson method.

   न्यूटन-रैफ्सन विधि द्वारा समीकरण $x^3 - 3x - 5 = 0$ का वास्तविक मूल चार दशमलव स्थानों तक ज्ञात कीजिए।

2. Using Lagrange's inverse interpolation formula find the value of x from the table if $f(x) = 13.6$:

x	$f(x)$
30	15.9
35	14.9
40	14.1
45	13.3
50	12.5

   प्रतिलोम अन्तर्वेशन के लैग्रांज सूत्र के प्रयोग द्वारा निम्नलिखित सारणी से $f(x) = 13.6$ के लिए x मान ज्ञात कीजिए :

x	$f(x)$
30	15.9
35	14.9
40	14.1
45	13.3
50	12.5

3. Evaluate $\iint_S \vec{F}, \hat{n}\, dS$, where $\vec{F} = y^2 z\hat{i} + z^2 x\hat{j} + x^2 y\hat{k}$ and S is the face of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ in the first octant.

समाकलन $\iint_S \vec{F}, \hat{n}\, dS$ का मान ज्ञात कीजिए, जहाँ $\vec{F} = y^2 z\hat{i} + z^2 x\hat{j} + x^2 y\hat{k}$ तथा S, प्रथम अष्टांक में स्थिति गोले $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ का पृष्ठ है।

4. Prove that :

$$\text{grad } (\bar{f} \cdot \bar{g}) = \bar{f} \times (\bar{\nabla} \times \bar{g}) + \bar{g} \times (\bar{\nabla} \times \bar{f}) + (\bar{f}.\bar{\nabla})g + (\bar{g}.\bar{\nabla}) \times \bar{f}$$

सिद्ध कीजिए :

$$\text{grad } (\bar{f} \cdot \bar{g}) = \bar{f} \times (\bar{\nabla} \times \bar{g}) + \bar{g} \times (\bar{\nabla} \times \bar{f}) + (\bar{f}.\bar{\nabla})g + (\bar{g}.\bar{\nabla}) \times \bar{f}$$

Section–B / खण्ड–ख

(Short Answer Type Questions) / (लघु उत्तरीय प्रश्न)

Note : Section 'B' contains eight (08) short answer type questions of four (04) marks each. Learners are required to answer *four* (04) questions only.

नोट : खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए चार (04) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Prove that :

$$\left(\frac{\Delta^2}{E}\right)\left(\frac{e^x E\, e^x}{\Delta^2 e^x}\right) = e^x, h = 1$$

सिद्ध कीजिए :

$$\left(\frac{\Delta^2}{E}\right)\left(\frac{e^x E\, e^x}{\Delta^2 e^x}\right) = e^x, h = 1$$

2. Evaluate $\int_0^6 \frac{dx}{1+x^2}$ using Simpson's $\frac{1}{3}$ rd rule.

   सिम्पसन के $\frac{1}{3}$ वें नियम से $\int_0^6 \frac{dx}{1+x^2}$ का मान ज्ञात कीजिए।

3. Find the value of $f'(x)$ and $f''(x)$ at $x = 5$ from the given table :

x	$f(x)$
0	4
2	26
3	58
4	112
7	466
9	922

   दिये गये आँकड़ों से $x=5$ पर $f'(x)$ तथा $f''(x)$ का मान ज्ञात कीजिए :

x	$f(x)$
0	4
2	26
3	58
4	112
7	466
9	922

4. Prove that :

   (i) $\mu\delta \equiv \frac{1}{2}(\Delta + \nabla)$

   (ii) $\sigma \equiv \frac{E^{\frac{1}{2}}}{E-1}$

सिद्ध कीजिए :

(i) $\mu\delta \equiv \frac{1}{2}(\Delta + \nabla)$

(ii) $\sigma \equiv \frac{E^{\frac{1}{2}}}{E-1}$

5. If $\vec{r}$ is a function of t, then find the value of $\frac{d^2}{dt^2}\left[\vec{r}\,\frac{d\vec{r}}{dt}\,\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}\right]$.

यदि सदिश $\vec{r}$ चर t का फलन है, तो $\frac{d^2}{dt^2}\left[\vec{r}\,\frac{d\vec{r}}{dt}\,\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}\right]$ का मान ज्ञात कीजिए।

6. Find the value of curl $\left(\frac{\vec{r}}{r^2}\right)$.

curl $\left(\frac{\vec{r}}{r^2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

7. Find the equation of tangent and normal plane at the point (1, 1, 0) of the surface $x^2 + y^2 + 3z^2 = 3$ and $2x + 3y + 4z = 5$.

सतह $x^2 + y^2 + 3z^2 = 3$ और $2x + 3y + 4z = 5$ के बिन्दु (1, 1, 0) पर स्पर्शरेखा और अभिलम्ब समतल के समीकरण ज्ञात कीजिए।

8. Solve the following system of equations by Jacobi's iteration method :

$$10x - 2y + z = 2$$
$$2x + 20y - z = 64$$
$$x - 5y - 10z = 6$$

निम्नलिखित समीकरण निकाय को जैकॉबी पुनरावृत्ति विधि से हल कीजिए :

$$10x - 2y + z = 2$$
$$2x + 20y - z = 64$$
$$x - 5y - 10z = 6$$

Section–C / खण्ड–ग

(Objective Type Questions) / (वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

Note : Section 'C' contains ten (10) objective type questions of half $\frac{1}{2}$ mark each. All the questions of this Section are compulsory.

नोट : खण्ड 'ग' में दस (10) वस्तुनिष्ठ प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए आधा $\frac{1}{2}$ अंक निर्धारित है। इस खण्ड के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

Fill in the blanks :

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए। :

1. $\nabla \equiv 1 -$ .....
2. $\Delta^n x^{(n)} =$ .....
3. div (curl $\vec{f}$) = ...

4. Minimum number of functional values that must be known to apply Weddle's rule = ...
   वेडल नियम का प्रयोग करने के लिए फलन के कम से कम = ... मान ज्ञात होने चाहिए।

5. $\delta \equiv \Delta$ .....

6. $\overset{2}{\underset{x_1, x_2}{\Delta}} f(x_0) =$ .....

7. $(n+1)$ th divided difference of a polynomial of degree n is .....
   n घात के बहुपद का $(n+1)$ वाँ विभाजित अन्तर होगा .....

8. div $\vec{r}$ = ...

9. If $\vec{f} . d\vec{f} = 0$, then $\vec{f}$ = ...
   यदि $\vec{f} . d\vec{f} = 0$, तो $\vec{f}$ = ...

10. Stirling's central interpolation formula = ...
    स्टर्लिंग केन्द्रीय अन्तर्वेशन सूत्र = ...