

**MT-01****Discrete Mathematics**

(विविक्त गणित)

Bachelor of Science (BSC-12/16)

First Year, Examination, 2017

**Time : 3 Hours****Max. Marks : 40**

**Note :** This paper is of **forty (40)** marks containing **three (03)** Sections A, B and C. Learners are required to attempt the questions contained in these Sections according to the detailed instructions given therein.

नोट : यह प्रश्न पत्र चालीस (40) अंकों का है जो तीन (03) खण्डों 'क', 'ख' तथा 'ग' में विभाजित है। शिक्षार्थियों को इन खण्डों में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

**Section-A / खण्ड-क****(Long Answer Type Questions) / (दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)**

**Note :** Section 'A' contains four (04) long answer type questions of nine and half ( $9\frac{1}{2}$ ) marks each. Learners are required to answer two (02) questions only.

नोट : खण्ड 'क' में चार (04) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं।  
 प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े नौ ( $9\frac{1}{2}$ ) अंक निर्धारित हैं।  
 शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. What is Grammar ? Explain the types of grammar.  
 व्याकरण क्या है ? व्याकरण के प्रकारों की व्याख्या कीजिए।
2. What is the principle of duality ? Prove that dual of a poset is a poset.  
 द्वैतता का सिद्धान्त क्या है ? सिद्ध कीजिए कि पौसेट का दैती भी पौसेट होता है।
3. Let  $G = (V, E)$  is a simple graph on  $n$  vertices, where  $n \geq 3$ . If every vertex  $v \in V$ , then  $G$  is an Hamiltonian graph.  
 माना कि  $G = (V, E)$ ,  $n$  शीर्षों पर एक सरल ग्राफ है, जहाँ  $n \geq 3$ । प्रत्येक शीर्ष  $v \in V$  के लिए  $G$  एक हैमिल्टोनियन ग्राफ है।
4. Define equivalence relation. Show that the relation of “congruence modulo  $m$ ” on the set  $I$  of integers is an equivalence relation.  
 तुल्यता सम्बन्ध परिभाषित कीजिए। सिद्ध कीजिए कि पूर्णांक के समुच्चय  $I$  पर “कॉन्ग्रूएन्स माड्यूलो  $m$ ” का सम्बन्ध तुल्यता सम्बन्ध है।

## Section-B / खण्ड-ख

## (Short Answer Type Questions) / (लघु उत्तरीय प्रश्न)

**Note :** Section 'B' contains eight (08) short answer type questions of four (04) marks each. Learners are required to answer *four* (04) questions only.

नोट : खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए चार (04) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. If A and B are any two sets, then show that :

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

यदि A और B कोई दो समुच्चय हैं, तब सिद्ध कीजिए :

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

2. If  $a, b, c, d$  are elements of lattice  $(A, \leq)$  such that  $a \leq b, c \leq d$ , then :

(i)  $a \vee c \leq b \vee d$

(ii)  $a \wedge c \leq b \wedge d$

यदि  $a, b, c, d$  जालक  $(A, \leq)$  के अवयव इस प्रकार से हैं कि  $a \leq b, c \leq d$ , तब :

(i)  $a \vee c \leq b \vee d$

(ii)  $a \wedge c \leq b \wedge d$

3. Show that the set  $G = \{1, \omega, \omega^2\}$  is an abelian group, where  $\omega$  is a cube root of unity.

सिद्ध कीजिए कि समुच्चय  $G = \{1, \omega, \omega^2\}$  एक आबेली समूह है, जहाँ  $\omega$  इकाई का घनमूल है।

4. Explain Pigeonhole principle with an example.  
कपोत कोष्ठ सिद्धान्त की उदाहरण सहित व्याख्या कीजिए।

5. What is Finite State Machine ?

परिमित अवस्था मशीन क्या है ?

6. If  $a, b, c$  are the elements of a Boolean algebra  $\langle B, +, \cdot, ', 0, 1 \rangle$ , then prove that :

$$(a + a' \cdot c) + b = a + b + c$$

यदि  $a, b, c$  बूलीय बीजगणित  $\langle B, +, \cdot, ', 0, 1 \rangle$  के अवयव हैं, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$(a + a' \cdot c) + b = a + b + c$$

7. Solve the homogeneous solution of a linear recurrence relation :

$$a_r = 4(a_{r-1} - a_{r-2})$$

$$r \geq 2, a_0 = a_1 = 1.$$

समघात रैखिक पुनरावृत्ति सम्बन्ध :

$$a_r = 4(a_{r-1} - a_{r-2})$$

$$r \geq 2, a_0 = a_1 = 1 \text{ को हल कीजिए।}$$

8. A tree with  $n$  vertices has  $(n - 1)$  edges.

$n$  शीर्षों पर प्रत्येक वृक्ष में  $(n - 1)$  कोरें होती हैं।

**Section-C / खण्ड-ग****(Objective Type Questions) / (वस्तुनिष्ठ प्रश्न)**

**Note :** Section 'C' contains ten (10) objective type questions of half  $\frac{1}{2}$  mark each. All the questions of this Section are compulsory.

नोट : खण्ड 'ग' में दस (10) वस्तुनिष्ठ प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए आधा  $\frac{1}{2}$  अंक निर्धारित है। इस खण्ड के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

Indicate whether the following statements are True or False :

इंगित कीजिए कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य :

1.  $K_5$  is non-planar graph.

$K_5$  एक असमतलीय ग्राफ है।

2. Every poset is a lattice.

प्रत्येक पौसेट, जालक होता है।

3. Every ring is a field.

प्रत्येक वलय क्षेत्र होता है।

4. If  $a$  is an element of a Boolean algebra, then  $a + a' = 0$  and  $a.a' = 1$ .

यदि  $a$  बूलीय बीजगणित का अवयव है, तो  $a + a' = 0$  एवं  $a.a' = 1$ ।

5.  ${}^n p_n = n!$
6. In a star graph  $K_{1,n}$  no. of edges is  $n$ .  
स्टार ग्राफ  $K_{1,n}$  में कोरों की संख्या  $n$  होती है।
7. In a group  $\{1, -1, i, -i\}$  order of  $(-1)$  is.  
समूह  $\{1, -1, i, -i\}$  में  $(-1)$  की कोटि है।
8. If  $f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$ , then  $f$  is one-one.  
यदि  $f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$ , तब  $f$  एकैक है।
9. A finite state machine  $M$  is a 6 tuple structure.  
एक परिमित अवस्था मशीन 6 टुपल संरचना है।
10.  $a_n - 3a_{n-1} + 2a_{n-2} = 0$ ,  $n \geq 2$  is a recurrence relation.  
 $a_n - 3a_{n-1} + 2a_{n-2} = 0$ ,  $n \geq 2$  एक पुनरावृत्ति सम्बन्ध है।