

P-128

Total Pages : 5

Roll No.

MT-06

Numerical Analysis and Vector Calculus

संख्यात्मक विश्लेषण एवं सदिश कलन

Bachelor of Science (BSC)

2nd Year Examination, 2023 (June)

Time : 2 Hours]

[Max. Marks : 35

Note : This paper is of Thirty Five (35) marks divided into two (02) Sections A and B. Attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein. Candidates should limit their answer to the questions on the given answer sheet. No additional (B) answer sheet will be issued.

नोट : यह प्रश्नपत्र पैंतीस (35) अंकों का है जो दो (02) खण्डों क तथा ख में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है। परीक्षार्थी अपने प्रश्नों के उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका तक ही सीमित रखें। कोई अतिरिक्त (बी) उत्तर पुस्तिका जारी नहीं की जायेगी।

SECTION-A/(खण्ड-क)

(Long Answer Type Questions)/(दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न)

Note : Section 'A' contains Five (05) long answer type questions of Nine and Half (9½) marks each. Learners are required to answer any Two (02) questions only.

(2×9½=19)

P-128 / MT-06

[P.T.O.

नोट : खण्ड 'क' में पाँच (05) दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े नौ (9½) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Prove that
सिद्ध कीजिए कि

$$\nabla^2 \left(\frac{x}{r^3} \right) = 0.$$

2. Using Gauss Divergence theorem evaluate the value of the

integral $\iint_S \vec{F} \cdot \hat{n} \, ds$, where $\vec{F} = xy^2 \hat{i} + y^3 \hat{j} + y^2 z \hat{k}$ and S is the total surface of the right circular cylinder $x^2 + y^2 = 9$, $z = 0$, $z = 2$

गॉस अपसरण प्रमेय की सहायता से समाकलन $\iint_S \vec{F} \cdot \hat{n} \, ds$ का मान ज्ञात कीजिए, जहाँ $\vec{F} = xy^2 \hat{i} + y^3 \hat{j} + y^2 z \hat{k}$ एवं S लम्बवृत्तीय बेलन $x^2 + y^2 = 9$, $z = 0$, $z = 2$ का सम्पूर्ण पृष्ठ है।

3. Find the real root of the equation $x^6 - x^4 - x^3 - 3 = 0$ between 1.5 and 1.6, up to four decimal places, by the Regula-Falsi method.

मिथ्या स्थिति विधि द्वारा समीकरण $x^6 - x^4 - x^3 - 3 = 0$ का 1.5 तथा 1.6 के मध्य वाला वास्तविक मूल चार दशमवल स्थानों तक ज्ञात कीजिए।

4. Using Picard's method solve the following differential equation.

$$\frac{dy}{dx} = -1 - 2xy, \text{ where } y(0) = 0.$$

पिकार्ड की विधि द्वारा निम्न अवकल समीकरण का हल ज्ञात कीजिए:

$$\frac{dy}{dx} = -1 - 2xy, \text{ जहाँ } y(0) = 0.$$

5. Evaluate the following :

निम्न के मान ज्ञात कीजिए :

(a) $\Delta^3(2 - x)(3 - 2x)(4 - 3x)$.

(b) $\Delta^{10} (1 - ax)(2 - bx^2)(3 - cx^3)(4 - dx^4)$.

SECTION-B/(खण्ड-ख)

(Short Answer Type Questions)/(लघु उत्तरों वाले प्रश्न)

Note : Section 'B' contains Eight (08) short answer type questions of Four (04) marks each. Learners are required to answer any Four (04) questions only. (4×4=16)

नोट : खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए चार (04) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Prove that :

सिद्ध कीजिए कि :

$$E \equiv e^{hD}.$$

2. Find the value of unknown quantity of y from the following table.

निम्न सारणी में y का अज्ञात मान ज्ञात कीजिए :

X	0	1	2	3	4
Y	1	3	9	?	81

3. Prove that :

सिद्ध कीजिए कि :

$$x^{(-n)} = \frac{1}{(x + nh)^{(n)}}.$$

4. The profit of a firm in 5 years is as follow :

एक फर्म की 5 वर्षों के लाभ निम्नानुसार हैं :

Years (वर्ष)	1946	1948	1950	1952	1954
Profit (in thousand) लाभ (हजारों में)	40	43	48	52	57

Calculate the profit in year 1951.

वर्ष 1951 में लाभ का आकलन कीजिए।

5. In the following table find the value of $f(10)$ by Lagrange's interpolation formula :

निम्न सारणी में से $f(10)$ का मान लंग्राज सूत्र द्वारा ज्ञात कीजिए :

X	5	6	9	11
$f(X)$	12	13	14	16

6. Prove that the relation between the operator μ , δ , ∇ , Δ :

$$\mu\delta = \frac{1}{2}(\nabla + \Delta).$$

सिद्ध कीजिए कि ऑपरेटर μ , δ , ∇ , Δ में सम्बन्ध :

$$\mu\delta = \frac{1}{2}(\nabla + \Delta).$$

7. Find the value of the integral $\int_0^6 \frac{dx}{1+x^2}$ using Simpson 1/3 formulae.

सिम्पसन 1/3 के नियम के उपयोग द्वारा $\int_0^6 \frac{dx}{1+x^2}$ का परिकलन कीजिए।

8. Prove that

सिद्ध कीजिए कि :

$$\operatorname{div} \vec{r} = \frac{2}{r}.$$