

P-125

Total Pages : 7

Roll No.

MT-03

Co-ordinate Geometry and Mathematical Programming

निर्देशांक ज्यामिति और गणितीय प्रोग्रामिंग

Bachelor of Science (BSC)

1st Year Examination, 2023 (June)

Time : 2 Hours]

[Max. Marks : 35

Note : This paper is of Thirty Five (35) marks divided into two (02) Sections A and B. Attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein. Candidates should limit their answer to the questions on the given answer sheet. No additional (B) answer sheet will be issued.

नोट : यह प्रश्नपत्र पैंतीस (35) अंकों का है जो दो (02) खण्डों क तथा ख में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है। परीक्षार्थी अपने प्रश्नों के उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका तक ही सीमित रखें। कोई अतिरिक्त (बी) उत्तर पुस्तिका जारी नहीं की जायेगी।

SECTION-A/(खण्ड-क)

(Long Answer Type Questions)/(दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न)

Note : Section 'A' contains Five (05) long answer type questions of Nine and Half (9½) marks each. Learners are required to answer any Two (02) questions only.

(2×9½=19)

नोट : खण्ड 'क' में पाँच (05) दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े नौ (9½) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Solve the following linear programming problem by simplex method :

निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या का सिम्पलेक्स विधि द्वारा हल ज्ञात करो :

$$\text{Minimum (निम्नतम), } Z = x_1 + x_2$$

$$\text{Subject to (प्रतिबन्ध), } 2x_1 + x_2 \geq 4$$

$$x_1 + 7x_2 \geq 7$$

$$\text{And (एवं) } x_1, x_2 \geq 0$$

2. Prove that the plane $2x - 2y + z + 12 = 0$ touches the sphere $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 3 = 0$ and find the point of contact.

सिद्ध करो कि समतल $2x - 2y + z + 12 = 0$, गोले $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 3 = 0$ को स्पर्श करता है तथा स्पर्श बिन्दु ज्ञात करो।

3. Prove that $ax^2 + by^2 + cz^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$ represents a conic, if $\frac{u^2}{a} + \frac{v^2}{b} + \frac{w^2}{c} = d$.

सिद्ध कीजिए कि $ax^2 + by^2 + cz^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$ एक शंकु को प्रदर्शित करता है, यदि $\frac{u^2}{a} + \frac{v^2}{b} + \frac{w^2}{c} = d$.

4. Find the equation of the generating lines passing through the points (2, 3, -4) of the hyperboloid $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1$.

अतिपरवलय $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1$ के बिन्दु (2, 3, -4) से गुजरने वाले जनक रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए।

5. A firm manufactures two types of electrical equipment A and B. The profit per unit of A and B is Rs. 20 and Rs. 30 respectively. Equipment A requires 3 motors and 2 transformers, equipment B requires 2 motors and 4 transformers per unit. A total of 210 motors and 300 transformers can be obtained in a month. Appliance B, which is an export model, is required to have a voltage stabilizer in each unit. 65 such instruments can be obtained in a month. Formulate the linear programming problem for maximum profit and find its solution using the graphical method.

एक फर्म दो प्रकार के विद्युत उपकरण A और B का उत्पादन करती है। A और B के प्रति इकाई पर लाभ क्रमशः 20 और 30 रुपये है। प्रति इकाई उपकरण A में 3 मोटर और 2 ट्रांसफार्मर, उपकरण B में 2 मोटर और 4 ट्रांसफार्मर लगाने आवश्यक हैं। एक माह में कुल 210 मोटर और 300 ट्रांसफार्मर प्राप्त किए जा सकते हैं। उपकरण B जो निर्यात मॉडल है के प्रत्येक इकाई में वोल्टेज स्थिर रखने का एक यन्त्र लगाना आवश्यक है। ऐसे यंत्र एक माह में 65 प्राप्त किए जा सकते हैं। अधिकतम लाभ के लिए रैखिक प्रोग्रामन समस्या का संरूपण कीजिए और लेखाचित्र द्वारा इसका हल ज्ञात कीजिए।

SECTION-B/(खण्ड-ख)

(Short Answer Type Questions)/(लघु उत्तरों वाले प्रश्न)

Note : Section 'B' contains Eight (08) short answer type questions of Four (04) marks each. Learners are required to answer any Four (04) questions only. (4×4=16)

नोट : खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए चार (04) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Find the center of the section of the conic $2x^2 - 72xy + 23y^2 - 4x - 28y - 48 = 0$ and find the equation of the conic with respect to the axes passing through the center.

शांकव परिच्छेद $2x^2 - 72xy + 23y^2 - 4x - 28y - 48 = 0$ का केंद्र ज्ञात करो तथा केंद्र से गुजरने वाले अक्षों के सापेक्ष शांकव का समीकरण ज्ञात करो।

2. Find the center and radius of the circle

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 3y + 5z - 21 = 0, x + 2y + z - 8 = 0.$$

व्रत $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 3y + 5z - 21 = 0, x + 2y + z - 8 = 0$ का
व्रत केंद्र व त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

3. Find the equation of the sphere passing through the points $(1,0,0)$, $(0,2,0)$, $(0,0,3)$ which intersect the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ at right angles.

बिंदुओं $(1,0,0)$, $(0,2,0)$, $(0,0,3)$ से गुजरने वाले उस गोले का
समीकरण ज्ञात कीजिए, जो गोले $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ को लाम्बिक
रूप से काटता है।

4. Prove that $x^2 - y^2 + z^2 - 2x + 4y + 6z + 6 = 0$ represents a right circular cone whose vertex is $(1,2,-3)$, whose axis is parallel to the y -axis and whose semi-vertex angle is 45° .

सिद्ध कीजिए कि $x^2 - y^2 + z^2 - 2x + 4y + 6z + 6 = 0$ एक
लम्ब वृत्तीय शंकु को निरूपित करता है जिसका शीर्ष $(1, 2, -3)$,
जिसका अक्ष y -अक्ष के समान्तर तथा जिसका अर्द्धशीर्ष कोण 45°
है।

5. Find the equation of the right circular cone which passes through $(1,1,1)$, whose vertex is $(1,0,1)$ and the axis of the cone makes equal angles with the coordinates.

उस लम्ब वृत्तीय शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जो $(1, 1, 1)$ से गुजरे, जिसका शीर्ष $(1, 0, 1)$ है तथा शंकु का अक्ष निर्देशांकों से बराबर-बराबर कोण बनता है।

6. Prove that the locus of the foot of the perpendicular drawn from the center on any tangential plane of the ellipsoid

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \text{ is :}$$

$$(a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2) = (x^2 + y^2 + z^2)^2$$

सिद्ध कीजिए कि दीर्घवृत्तज $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ के किसी स्पर्शी

समतल पर केन्द्र से डाले गये लम्ब के पाद का बिन्दुपथ है :

$$(a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2) = (x^2 + y^2 + z^2)^2$$

7. Using the graphical method solve the following linear programming :

लेखाचित्र विधि से निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए:

Maximum (अधिकतम), $z = 3x + 4y$

Subject to (प्रतिबन्ध), $5x + 4y \leq 200$

$$3x + 5y \leq 150$$

$$5x + 4y \geq 100$$

$$2x + y \geq 20$$

And (एवं) $x, y \geq 0$

8. Find the duality of the following linear programming problem :

निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या के संगत द्वैती समस्या ज्ञात करो :

$$\text{Maximum (अधिकतम), } z_p = 3x_1 + 4x_2$$

$$\text{Subject to (प्रतिबन्ध), } 2x_1 + 3x_2 \leq 16$$

$$5x_1 + 2x_2 \geq 20$$

$$\text{And (एवं) } x_1, x_2 \geq 0.$$
