

P-124

Total Pages : 4

Roll No.

MT-02

Calculus and Differential Equation

कलन एवं अवकलन समीकरण

Bachelor of Science (BSC)

1st Year Examination, 2023 (June)

Time : 2 Hours]

[Max. Marks : 35

Note : This paper is of Thirty Five (35) marks divided into two (02) Sections A and B. Attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein. Candidates should limit their answer to the questions on the given answer sheet. No additional (B) answer sheet will be issued.

नोट : यह प्रश्नपत्र पैंतीस (35) अंकों का है जो दो (02) खण्डों क तथा ख में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है। परीक्षार्थी अपने प्रश्नों के उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका तक ही सीमित रखें। कोई अतिरिक्त (बी) उत्तर पुस्तिका जारी नहीं की जायेगी।

SECTION-A/(खण्ड-क)

(Long Answer Type Questions)/(दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न)

Note : Section 'A' contains Five (05) long answer type questions of Nine and Half (9½) marks each. Learners are required to answer any Two (02) questions only.

(2×9½=19)

P-124 / MT-02

[P.T.O.

नोट : खण्ड 'क' में पाँच (05) दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े नौ (9½) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Show that the integral

दशाईए कि समाकलन

$$\int_1^2 \int_0^{y/2} y \, dydx = \int_1^2 \int_0^{x/2} x \, dx dy$$

2. If $u = \tan^{-1} \left(\frac{x^3 + y^3}{x - y} \right)$ then show that

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u.$$

यदि $u = \tan^{-1} \left(\frac{x^3 + y^3}{x - y} \right)$ तो दशाईए कि $x \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u.$

3. Prove that : $B(m, n) = \frac{\sqrt{m} \sqrt{n}}{\sqrt{m+n}}$ where $m > 0, n > 0.$

सिद्ध कीजिए: $B(m, n) = \frac{\sqrt{m} \sqrt{n}}{\sqrt{m+n}}$ जहाँ $m > 0, n > 0.$

4. Solve :

हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = 2 - 2y + y^2.$$

5. Expand $\sin x$ by Maclaurin's theorem.

मैकलॉरिन के प्रमेय द्वारा $\sin x$ का विस्तार कीजिए।

SECTION-B/(खण्ड-ख)

(Short Answer Type Questions)/(लघु उत्तरों वाले प्रश्न)

Note : Section 'B' contains Eight (08) short answer type questions of Four (04) marks each. Learners are required to answer any Four (04) questions only. (4×4=16)

नोट : खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए चार (04) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Find the area enclosed between the parabolas $y^2 = 4ax$ and $x^2 = 4by$.

परवलय $y^2 = 4ax$ और $x^2 = 4by$ के बीच घिरा क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

2. If $u = a + 2bxy + by^2$, find $\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}$ and $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$.

यदि $u = a + 2bxy + by^2$, तो $\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}$ और $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$ मान ज्ञात कीजिए।

3. Find the minimum value of $x^2 + y^2 + z^2$ when $ax + by + cz = p$.
 $x^2 + y^2 + z^2$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए, जब $ax + by + cz = p$.

4. Find the curvature at the origin for the curve $x^3 + y^3 - 2x^2 + 6y = 0$.

वक्र $x^3 + y^3 - 2x^2 + 6y = 0$ के लिए मूल बिंदु पर वक्रता ज्ञात कीजिए।

5. Find the asymptotes of the curve $\frac{a^2}{x^2} - \frac{b^2}{y^2} = 1$.

वक्र $\frac{a^2}{x^2} - \frac{b^2}{y^2} = 1$ अनंतस्पर्शी बिंदु ज्ञात कीजिए।

6. Find the points of inflexion of curve $y = 3x^4 - 4x^3 + 1$.

वक्र $y = 3x^4 - 4x^3 + 1$ नति परिवर्तन बिंदु ज्ञात कीजिए।

7. Find the pedal equation of the parabola $y^2 = 4a(x + a)$.

परवलय $y^2 = 4a(x + a)$ का पेडल समीकरण ज्ञात कीजिए।

8. Find the value of $\iint (x^2 + y^2) dx dy$ on the area covered

by the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

दीर्घ वृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ द्वारा घिरे हुए क्षेत्र पर $\iint (x^2 + y^2) dx dy$ का मान ज्ञात कीजिए।