

P-123

Total Pages : 7

Roll No.

MT-01

Discrete Mathematics

विविक्त गणित

Bachelor of Science (BSC)

1st Year Examination, 2023 (June)

Time : 2 Hours]

[Max. Marks : 35

Note : This paper is of Thirty Five (35) marks divided into two (02) Sections A and B. Attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein. Candidates should limit their answer to the questions on the given answer sheet. No additional (B) answer sheet will be issued.

नोट : यह प्रश्नपत्र पैंतीस (35) अंकों का है जो दो (02) खण्डों क तथा ख में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है। परीक्षार्थी अपने प्रश्नों के उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका तक ही सीमित रखें। कोई अतिरिक्त (बी) उत्तर पुस्तिका जारी नहीं की जायेगी।

SECTION-A/(खण्ड-क)

(Long Answer Type Questions)/(दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न)

Note : Section 'A' contains Five (05) long answer type questions of Nine and Half (9½) marks each. Learners are required to answer any Two (02) questions only.

$(2 \times 9\frac{1}{2} = 19)$

P-123 / MT-01

[P.T.O.

नोट : खण्ड 'क' में पाँच (05) दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े नौ (9½) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. (a) Let $A = \{a, b, c\}$ be a partial order relation on the power set $P(A)$ and obtain the Hess diagram for it.

(b) Let (A, \leq) be a bounded lattice, then prove that for every $a \in A$.

(i) $a \vee 1 = 1$ and $a \wedge 1 = 1$

(ii) $a \vee 0 = a$ and $a \wedge 0 = 0$.

(क) माना $A = \{a, b, c\}$ से घात समुच्चय $P(A)$ पर आंशिक क्रम सम्बन्ध (उपसमुच्चय है) के लिए हैस आरेख प्राप्त कीजिए।

(ख) माना (A, \leq) परिवद्ध जालक है तो सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक $a \in A$ के लिए

(i) $a \vee 1 = 1$ तथा $a \wedge 1 = 1$

(ii) $a \vee 0 = a$ तथा $a \wedge 0 = 0$.

2. Prove that $\{1, w, w^2\}$ is an Abelian group with respect to the multiplication operation where w is a cube root of unity.

सिद्ध कीजिए कि $\{1, w, w^2\}$ गुणन संक्रिया के सापेक्ष आबेली समूह है जहाँ w , इकाई का घनमूल है।

3. If $(B, +, \dots, 0, 1)$ is a Boolean algebra. Prove that

- (i) $a + 1 = 1$ for all $a \in B$
- (ii) $a \cdot 0 = 0$ for all $a \in B$
- (iii) $a + (a \cdot b) = a$ for all $a, b \in B$
- (iv) $a \cdot (a + b) = a$ for all $a, b \in B$.

माना $(B, +, \dots, 0, 1)$ बूलियन बीजगणित है। सिद्ध कीजिए :

- (i) $a + 1 = 1$ प्रत्येक $a \in B$
- (ii) $a \cdot 0 = 0$ प्रत्येक $a \in B$
- (iii) $a + (a \cdot b) = a$ प्रत्येक $a, b \in B$
- (iv) $a \cdot (a + b) = a$ प्रत्येक $a, b \in B$.

4. Determine the numeric function corresponding to generating function :

$$Gx = \frac{1 + x^2}{(1 - x)^3}.$$

जनक फलन $Gx = \frac{1 + x^2}{(1 - x)^3}$ के संगत संख्याक फलन ज्ञात

कीजिए।

Find the sum of $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + r^2$

$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + r^2$ के योगफल ज्ञात कीजिए।

5. Prove that the complete graph K_5 on five vertices is a non planar graph.

सिद्ध कीजिए कि पाँच शीर्ष पर पूर्ण ग्राफ K_5 एक असमतलीय ग्राफ है।

SECTION-B/(खण्ड-ख)

(Short Answer Type Questions)/(लघु उत्तरों वाले प्रश्न)

Note : Section 'B' contains Eight (08) short answer type questions of Four (04) marks each. Learners are required to answer any Four (04) questions only. (4×4=16)

नोट : खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए चार (04) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. If A and B are two sets. Prove that

(i) $(A \cup B)' = A \cap B'$

(ii) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

यदि A और B दो समुच्चय हैं। सिद्ध कीजिए कि

(i) $(A \cup B)' = A \cap B'$

(ii) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

2. The results of a survey conducted on 1000 persons are as follows :

(i) 720 persons like to drive a car.

(ii) 450 persons like to ride scooter.

Hence, what will be the minimum number of persons who like to drive both the types of vehicles?

1000 व्यक्तियों पर किए गए सर्वेक्षण के परिणाम इस प्रकार हैं :

(क) 720 व्यक्ति कार चलाना पसंद करते हैं

(ख) 450 व्यक्ति स्कूटर चलाना पसंद करते हैं।

अतः दोनों प्रकार के वाहनों को चलाना पसंद करने वाले व्यक्तियों की न्यूनतम संख्या क्या होगी?

3. Define finite state machine and Non-deterministic finite state automata.

परिमित अवस्था मशीन और अनिश्चयात्मक परिमित अवस्था ऑटोमेटा को परिभाषित कीजिए।

4. Find the language generated by the grammar $G = (V, \Sigma, S, P)$ if $V = \{S\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, initial symbols and $P = \{S \rightarrow aaS \rightarrow a, S \rightarrow b\}$

व्याकरण $G = (V, \Sigma, S, P)$ द्वारा जनित भाषा ज्ञात कीजिए यदि $V = \{S\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ प्रारंभिक प्रतिक तथा $P = \{S \rightarrow aaS \rightarrow a, S \rightarrow b\}$

5. Find the Conjunctive normal form (C.N.F) of the following functions.

(i) $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \cdot x'_2 + x_1 \cdot x_3)' + x_3$

(ii) $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2) \cdot (x'_1 + x_3)$

निम्नलिखित फलनों का संयोजनीय प्रसामान्य रूप (C.N.F.) ज्ञात कीजिए।

(i) $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \cdot x'_2 + x_1 \cdot x_3)' + x_3$

(ii) $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2) \cdot (x'_1 + x_3)$

6. Solve homogeneous linear recurrence relation :

$$a_r = (a_{r-1}, a_{r-2}), \quad r \geq 2, a_0 = 0, a_1 = 1$$

समघात रेखिक पुनरावृत्त सम्बन्धों को हल कीजिए।

$$a_r = (a_{r-1}, a_{r-2}), \quad r \geq 2, a_0 = 0, a_1 = 1$$

7. Explain :

(a) Multigraph

(b) Finite and infinite graph

परिभाषित कीजिए :

(क) मल्टीग्राफ।

(ख) परिमित और अपरिमित ग्राफ।

8. Every connected graph with n vertices and $n - 1$ edges is a tree.

सिद्ध कीजिए कि n शीर्षों और $n-1$ किनारों वाला प्रत्येक जुड़ा हुआ ग्राफ एक वृक्ष होता है।
